UNED

PRUEBA DE ACCESO PARA MAYORES DE 25 AÑOS

MATEMÁTICAS II

SEPTIEMBRE 2014

(ACIERTO +1, ERROR -0,25, SIN CONTESTAR 0)

1. Para qué valores de a y b es cierta la igualdad

$$\frac{3x}{x^2+x-2}=\frac{a}{x-1}+\frac{b}{x+2}$$

a) $a=1\ y\ b=1$
b) $a=2\ y\ b=1$
c) $a=1\ y\ b=2$

Respuesta c

$$\frac{a}{x-1}+\frac{b}{x+2}=\frac{a(x+2)}{(x-1)(x+2)}+\frac{b(x-1)}{(x-1)(x+2)}$$

$$\frac{3x}{x^2+x-2}=\frac{a(x+2)}{(x-1)(x+2)}+\frac{b(x-1)}{(x-1)(x+2)}$$

$$3x=a(x+2)+b(x-1)$$

Si x=1, $3=a(1+2)+0; a=1$ Si

x=-2, $-6=0+b(-3); a=2$

Por tanto la igualdad es cierta para $a=1\ y\ b=2$

2. Si α es un ángulo para el que $sin\ \alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}\ y\ cos\ \alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$, entonces:

a) $tg(\pi+\alpha)=1$

b) $tg(\pi+\alpha)=-1$

c) $\text{tg}(\pi+\alpha)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$respuesta\ a$

$$tg(\pi+\alpha)=tg\ \alpha=\frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=1$$

3. Si α es un número real para el que se cumple $\begin{vmatrix} 1 & \alpha & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$, entonces:

a) $\alpha = 0$

b) $\alpha = 2$

c) No existe tal α

Respuesta b

$$\begin{vmatrix} 1 & \alpha & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 - \alpha = 0;\ \alpha = 2$$

4. ¿Cuándo el sistema es compatible determinado?

$$\begin{cases} \beta x + y + z = 1 \\ \beta y + z = 1 \\ \beta z = 1 \end{cases}$$

a) Si $\beta = 0$

b) Si $\beta \neq 0$

c) Para ningún valor de β lo es.

Respuesta b

$A = \begin{pmatrix} \beta & 1 & 1 \\ 0 & \beta & 1 \\ 0 & 0 & \beta \end{pmatrix}$ y $A' = \begin{pmatrix} \beta & 1 & 1 & 1 \\ 0 & \beta & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \beta & 1 \end{pmatrix}$

Estudiamos el rg (A)

$$|A| = \begin{vmatrix} \beta & 1 & 1 \\ 0 & \beta & 1 \\ 0 & 0 & \beta \end{vmatrix} = \beta^3$$

$$\beta^3 = 0; \beta = 0$$

Por lo tanto si $\beta = 0, |A| = 0, rg(A) = 2$

Si $\beta \neq 0, |A| \neq 0, rg(A) = 3$

Si $\beta = 0,\ rg(A) = rg\ (A') = 2 < nº\ incóg. \Rightarrow SIST. COMPATIBLE\ INDETERMINADO$

Si $\beta \neq 0,\ rg(A) = rg\ (A') = 3 = nº\ incóg. \Rightarrow SIST. COMPATIBLE\ DETERMINADO$

5. Sean el plano $\pi \equiv x + y + z = 0$ y los puntos $A(1,1,1). B(2,1,0)$ y $C(3,0,0)$

a) $A, B\ y\ C$ están los tres a la misma distancia de π

b) A, B y C **están los tres diferentes distancias de** π

c) A, B y C **son tres puntos de** π

$$d(P,\pi) = \frac{|A\cdot a + B\cdot b + C\cdot c + D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

$$d(A,\pi) = \frac{|1\cdot 1 + 1\cdot 1 + 1\cdot 1 + 0|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \sqrt{3}$$

$$d(B,\pi) = \frac{|1\cdot 2 + 1\cdot 1 + 1\cdot 0 + 0|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \sqrt{3}$$

$$d(C,\pi) = \frac{|1\cdot 3 + 1\cdot 0 + 1\cdot 0 + 0|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \sqrt{3}$$

Los tres puntos se encuentran a la misma distancia de π, es decir, se encuentran en un plano paralelo a π. Respuesta a

6. La función $f(x) = \frac{3}{(x-2)^2}$ **es creciente:**

a)$(-\infty, 3)$

b)$(-\infty, 2)$

c)$(2, \infty)$

respuesta b

$$f'(x) = \frac{-6}{(x-2)^3}$$

$$\frac{-6}{(x-2)^3} > 0\ para\ que\ sea\ CRECIENTE$$

$$\frac{-6}{(x-2)^3} > 0;\ (-\infty, 2)$$

La función f(x) es creciente en $(-\infty, 2)$.

7. Calcular el valor de la integral $\int_2^5 \frac{x}{x^2-1}dx$

a)$2\frac{\ln 2}{3}$

b)$3\frac{\ln 2}{2}$

c)
$\frac{\ln 2}{2}$

solución b

$$\int_2^5 \frac{x}{x^2-1}dx = \frac{1}{2}\int_2^5 \frac{2x}{x^2-1}dx = \frac{1}{2}Ln|x^2-1|\Big]_2^5 = \frac{1}{2}(Ln24 - Ln3) = \frac{1}{2}Ln\frac{24}{3} = \frac{1}{2}Ln8$$
$$= \frac{1}{2}Ln2^3 = \frac{3}{2}Ln2 = 3\frac{Ln2}{2}$$

8. La función $f(x) = \begin{cases} 2x+1, & x \leq 2 \\ 2x^2-1, & x > 2 \end{cases}$

a) Es continua en $x = 2$

b) Es discontinua en $x = 2$

c) No está definida en $x = 2$

Respuesta b

Como cada tramo es continuo en $\mathbb{R}$ estudiamos la continuidad en los puntos en los que cambia el tramo, es decir en x=2

Para que una función sea continua tiene que cumplirse que $f(x_0) = \lim_{x\to x_0} f(x)$

$x = 2$

$f(2) = 2(2) + 1 = 5$ $\quad \lim_{x\to 2^+} 2x^2 - 1 = 7$

$\lim_{x\to 2^-} 2x + 1 = 5$

Como no cumple las condiciones de continuidad puesto que $5 \neq 7$ podemos decir que $f(x)$ es discontinua en $x = 2$

9. Calcular el valor del límite $\lim_{x\to 0^+} \frac{sen\,x}{Ln(cos\,x)}$

a) $-\infty$

b) 1

c) 0

Respuesta a

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{sen\,x}{Ln(cos\,x)} = \frac{0}{0} = indeterminación$$

Aplicamos la regla de L'Hôpital:

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{sen\,x}{Ln(cos\,x)} = \lim_{x\to 0^+} \frac{cos\,x}{\frac{-sen\,x}{cos\,x}} = \lim_{x\to 0^+} \frac{cos\,x}{-tg\,x} = \frac{1}{-0} = -\infty$$

10. Cuál es el dominio de la función $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-7x+12}}$ **es:**

a) $(-\infty, 3) \cup (4, +\infty)$

b) $\mathbb{R}-\{\mathbf{3},\mathbf{4}\}$

c) $(\mathbf{3},\mathbf{4})$

$$\sqrt{x^2-7x+12}\neq 0$$

$$x^2-7x+12\geq 0;$$

$$Para\ que\ se\ cumplan\ la\ primera\ y\ segunda\ condición: x^2-7x+12>0$$

$$x^2-7x+12>0; (x-3)(x-4)>0;\ (-\infty,3)\cup(4,+\infty)$$

$$Dom\left(f(x)\right)=(-\infty,3)\cup(4,+\infty)$$

respuesta a