UNED

PRUEBA DE ACCESO PARA MAYORES DE 25 AÑOS

MATEMÁTICAS II

SEPTIEMBRE 2013

(ACIERTO +1, ERROR -0,25, SIN CONTESTAR 0)

1. ¿Cuál es el resto de dividir $\boldsymbol{P(x) = x^4 - x^2 - x - 1}$ entre $\boldsymbol{Q(x) = x + 1}$?

a) 2

b) -2

c) 0

Respuesta c

Según el teorema del resto sabemos que $R = P(a)$

$$R = P(-1) = (-1)^4 - (-1)^2 - (-1) - 1 = 0$$

$$R = 0$$

2. Sea x un valor real positivo ¿Existe un triángulo rectángulo cuyos catetos midan $2x$ x y 3 , y la hipotenusa mida $4x$?

a) Sí, para cualquier $\boldsymbol{x\ positivo}$

b) Para un único x

c) No, para ningún x

Respuesta c

Aplicamos el teorema de Pitágoras

$$(4x)^2 = (2x)^2 + (3x)^2; 16x^2 \neq 13x^2$$

Por lo tanto no existe para ningún valor de x.

3. Supongamos que α es un número real tal que $\begin{vmatrix} 1 & 0 & \alpha \\ \alpha & 1 & \alpha \\ 0 & 1 & 1+\alpha \end{vmatrix} = 0$, entonces se verifica que:

a) α debe ser un valor menor 0

b) α debe ser un valor mayor que 0

c) No existe tal α

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & \alpha \\ \alpha & 1 & \alpha \\ 0 & 1 & 1+\alpha \end{vmatrix} = 1+\alpha$$

$$1+\alpha = 0; \alpha = -1$$

Por lo α tanto debe ser un valor menor que 0.

Respuesta c

4. La solución del sistema

$$\begin{cases} x+y-z=1 \\ 2x+y=1 \\ -2x-3y+z=0 \end{cases}$$

verifica:

a) $x < -1$

b) $y < 1$

c) $z > 1$

Respuesta b

$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ y $A' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

Estudiamos el rg (A)

$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 3 \neq 0$ por tanto rg (A)=3

rg(A)=rg(A')=3 , por tanto $\forall a$ el sistema es Compatible Determinado.

Para resolver el sistema utilizamos Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{3}{3} = 1$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{-3}{3} = -1$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -2 & -3 & 0 \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{-3}{3} = -1$$

Solución del sistema: $(1,-1,-1)$, por tanto $y < 1$

Respuesta b

5. ¿Cuál es el producto vectorial de $\boldsymbol{u = (1,2,-4)}$ y $\boldsymbol{v = (3,0,-1)}$?

a) (2,1,1)

b) (-2,-11,-6)

c) (1,0,3)

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & -4 \\ 3 & 0 & -1 \end{vmatrix} = -2\vec{i} - 11\vec{j} - 6\vec{k} = (-2,-11,-6)$$

Respuesta b

6. El valor de $\boldsymbol{\int_0^1 x \cdot e^x dx}$, es:

a) $\boldsymbol{0}$

b) $\boldsymbol{1}$

c) $\boldsymbol{e}$

Aplicamos el método de integración por partes:

$$\int_0^1 x \cdot e^x dx = xe^x - \int e^x dx = xe^x - e^x\Big]_0^1 = 0 - (-1) = 1$$

Respuesta b

7. El valor de $\boldsymbol{\lim_{x \to 0^+} \frac{Ln(\cos\ x)}{sen\ x}}$ es:

a) ∞

b) $\boldsymbol{1}$

c) $\boldsymbol{0}$

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{Ln(cos\ \ x)}{sen\ x}=\frac{0}{0}=indeterminación$$

Aplicamos la regla de L'Hôpital:

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{Ln(cos\ \ x)}{sen\ x}=\lim_{x\to 0^+}\frac{\frac{-sen\ x}{\cos x}}{cos\ x}=\lim_{x\to 0^+}\frac{-tg\ x}{cos\ x}=\frac{0}{1}=0$$

Respuesta c

8. La función

$$\boldsymbol{f(x)}=\begin{cases}\frac{x^2}{x+1}, & \boldsymbol{x\le -2}\\ \frac{x+1}{x^2}, & x>-2\end{cases}$$

verifica que:

a) Para el valor de $x=-2$ es discontinua

b) En $x=-2$ no está definida

c) Es continua en $x=-2$

Respuesta a

Como cada tramo es continuo en el tramo en el que está definido, estudiamos la continuidad en los puntos en los que cambia el tramo, es decir en x=-2

Para que una función sea continua tiene que cumplirse que $f(x_0)=\lim_{x\to x_0}f(x)$

$x=-2$

$$f(-2)=\frac{(-2)^2}{(-2)+1}=-4$$

$$\lim_{x\to -2^-}\frac{x^2}{x+1}=-4$$

$$\lim_{x\to -2^+}\frac{x+1}{x^2}=-\frac{1}{4}$$

Como no cumple las condiciones de continuidad puesto que $-\frac{1}{4}\neq -4$ podemos decir que $f(x)$ es discontinua en $x=-2$.

9. La función

$$\boldsymbol{f(x)}=\frac{x}{x^2+1}$$

tiene en el punto (0,0):

a) Un máximo

b) Un mínimo

c) Un punto de inflexión

Respuuesta c

$$f'(x) = \frac{-x^2+1}{(x^2+1)^2}$$

$$\frac{-x^2+1}{(x^2+1)^2} = 0; x = 1, x = -1, posibles\ MÁXIMOS\ y\ MÍNIMOS$$

$$f''(x) = \frac{-4x}{(x^2+1)^4}$$

$$\frac{-4x}{(x^2+1)^4} = 0; x = 0, posible\ PUNTO\ DE\ INFLEXIÓN$$

$$f'''(x) = \frac{-4x^4+8x^3-8x^2+8x-4}{(x^2+1)^8} = \frac{-4}{1} = -4 \neq 0, PUNTO\ DE\ INFLEXIÓN\ en\ x = 0$$

$$f(0) = \frac{0}{0^2+1} = 0$$

Por lo tanto $f(x)$ tiene un PUNTO DE INFLEXIÓN en el punto (0,0).

10. La gráfica de la función $f(x) = \frac{4x-1}{x+3}$, tiene la asíntota vertical:

a) $y = 4$

b) $y = 3$

c) $x = -3$

Respuesta c

La asíntota vertical está situada en aquellos puntos en los que no está definida la función

Tiene asíntota vertical en $x + 3 = 0; x = -3$ $x = -3$.

$$Dom\left(f(x)\right) = \mathbb{R} - \{-3\}$$