UNED

PRUEBA DE ACCESO PARA MAYORES DE 25 AÑOS

MATEMÁTICAS II

SEPTIEMBRE 2011

(ACIERTO +1, ERROR -0,25, SIN CONTESTAR 0)

1. El dominio de la función $f(x)=\sqrt{\frac{x+3}{(x-1)^2}}$ es:

a) $(-\infty,3)\cup[1,+\infty)$

b) $\mathbb{R}-\{-3,1\}$

c) $[3,+\infty)$

$$\frac{x+3}{(x-1)^2}\geq 0\ ;\ [-3,+\infty)$$

$$Dom\left(f(x)\right)=[-3,+\infty)$$

2. El valor de $L=\lim_{n\to\infty}\frac{4n^5+2n^2-3}{2n^6-2n+3}$ es:

a) 2

b) ∞

c) 0

$$\lim_{n\to\infty}\frac{4n^5+2n^2-3}{2n^6-2n+3}=\frac{\infty}{\infty}=indeterminación; GN<GD;\ \lim_{n\to\infty}\frac{4n^5+2n^2-3}{2n^6-2n+3}=0$$

3. Sea α un ángulo tal que $sen\ \alpha$ es positivo y $cotg\ \alpha$ es negativa. eL ángulo α pertenece al:

a) Cuadrante 3º

b) Cuadrante 2º

c) Cuadrante 4º

$$cotg\ \alpha=\frac{1}{tg\ \alpha}=-\ ;por\ tanto\ tg\ \alpha=-$$

La $tg\ \alpha$ es $< 0\ si\ \alpha \in II, \alpha \in IV$

El $sen\ \alpha > o, si\ \alpha \in II, \alpha \in I$

Por tanto para que se cumplan ambas condiciones $\alpha \in II\ (2º\ cuadrante)$

4. El vector director de la recta $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 1 - t \end{cases}$ es:

a) (2,1)

b) (3,-3)

c) (1,2)

Observando la ecuación paramétrica de la recta deducimos que el vector director de la recta es el (-2,-1)= (2,1)

5. Sea la función $f: \mathbb{R} - \{2\} \to \mathbb{R} - \{3\}$ definida por $f(x) = \frac{3x+1}{x-2}$. Su función inversa $f^{-1}(x)$ es:

a) $\frac{2x-1}{x-3}$

b) $\frac{x-2}{3x+1}$

c) $\frac{2x+1}{x-3}$

$$y = \frac{3x+1}{x-2}$$

$$x = \frac{3y+1}{y-2}\ ; (y-2)x = 3y+1; y = \frac{2x+1}{x-3}$$

6. Los vectores $u_1 = (2,1,0), u_2 = (-1,-2,1)$ y $u_3 = (1,-1,1)$ verifican:

a) Forman base

b) Son linealmente independientes

c) Son linealmente dependientes

Tres vectores para formar una base tienen que ser linealmente independientes (rg = 3). Esto lo estudiamos hallando el rango de la matriz formada por los tres vectores.

$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow rang = 2$, por tanto los vectores son Linealmente Dependientes.

7. La derivada primera de la función $f(x) = 3x^2e^{-x}$ es:

a) $f'(x) = \frac{6x-3xe^x}{e^x}$

b) $f'(x) = \frac{6x-3x^2}{e^x}$

c) $f'^{(x)} = 3x - xe^x$

$$f'^{(x)} = 6x(e^{-x}) + 3x^2(-1)e^{-x} = \frac{6x-3x^2}{e^x}$$

8. La solución (x_1, y_1, z_1) del sistema $\begin{cases} x+2y-z=1 \\ 2x-y+z=2 \\ -3x+y-3z=-3 \end{cases}$ **verifica:**

a) $y_1 + z_1 > 6$

b) $z_1 < 3$

c) $x_1 < 0$

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ -3 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ y $A' = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & -3 & -3 \end{pmatrix}$

Estudiamos el rg (A)

$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ -3 & 1 & -3 \end{vmatrix} = 9 \neq 0$ por tanto rg (A)=3

rg(A)=rg(A')=3 , por tanto $\forall a$ el sistema es Compatible Determinado.

Para resolver el sistema utilizamos Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ -3 & 1 & 3 \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{9}{9} = 1$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -3 & -3 & -3 \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{0}{9} = 0$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -3 & 1 & -3 \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{0}{9} = 0$$

Solución del sistema: (1,0,0), por tanto $z_1 < 3$

9. La función $f(x) = x^3 - 6x^2 - 15x - 5$ es creciente en:

a) $(0, +\infty)$

b) $(-1, 5)$

c) $(5, +\infty)$

$$f'(x) = 3x^2 - 12x - 15$$

$$3x^2 - 12x - 15 > 0; (-\infty, -1)U(5, +\infty)$$

$f(x)$ es creciente en $(-\infty, -1)U(5, +\infty)$

10. El valor de $I = \int_0^{\frac{1}{2}} (senx - x^3)dx$ es:

a) $I = \frac{63}{64} - sen\left(\frac{1}{2}\right)$

b) $I = \frac{63}{64} + cos\left(\frac{1}{2}\right)$

a) $I = \frac{63}{64} - cos\left(\frac{1}{2}\right)$

$$I = \int_0^{\frac{1}{2}} (senx - x^3)dx = \left. -cos\, x - \frac{x^4}{4} \right]_0^{\frac{1}{2}} = -cos\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{64} + 1 == -cos\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{63}{64}$$