## UNED

**PRUEBA DE ACCESO PARA MAYORES DE 25 AÑOS**

## MATEMÁTICAS II

## JUNIO 2013

**(ACIERTO +1, ERROR -0,25, SIN CONTESTAR 0)**

**1. Calcule el valor de $\alpha$ para que el polinomio $P(x) = \alpha x^4 - 2x^3 + 1$ verifique que $P(-1) = 0$**

**a) $\alpha = -3$**

**b) $\alpha = 0$**

**c) $\alpha = 1$**

$$P(-1) = \alpha(-1)^4 - 2(-1)^3 + 1 = \alpha + 3$$

$$\alpha + 3 = 0; \alpha = -3$$

**2. ¿Cuánto es $\frac{\pi}{5}$ radianes en grados?**

**a) 18 grados**

**b) 72 grados**

**c) 36 grados**

Sabiendo que $\pi = 180°$

$$\frac{180 \cdot \frac{\pi}{5}}{\pi} = 36°$$

**3. Calcular $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$**

**a) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$**

**b) No se pueden multiplicar ambas matrices**

**c) $\begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$**

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

**4. ¿Tiene alguna solución el siguiente sistema?**

$$\begin{cases} 2x + y = 12 \\ x - y = -4 \\ -x + 2y = 9 \end{cases}$$

**a) No tiene ninguna solución**

**b) Tiene una única solución**

**c) Tiene infinitas soluciones**

$$\begin{cases} 2x + y = 12 \\ x - y = -4 \\ -x + 2y = 9 \end{cases} ;\ \begin{matrix} 2E_2 - E_1 \\ 2E_3 + E_1 \end{matrix} \begin{cases} 2x + y = 12 \\ -3y = -20 \\ 5y = 30 \end{cases} ;\ 2E_3 + 5E_2 \begin{cases} 2x + y = 12 \\ -3y = -20 \\ 0 = -10 \end{cases} ; SIST. INCOMPATIBLE$$

Como se trata de un sistema incompatible, no tiene ninguna solución.

**5. ¿Para cuántos valores de $\alpha$ el módulo del vector $v = (\alpha, \alpha, -1)$ es igual a 1?**

**a) Ningún valor**

**b) Un único valor**

**c) Más de un valor**

$$|\vec{v}| = \sqrt{\alpha^2 + \alpha^2 + (-1)^2} = \sqrt{4\alpha^2 + 1}$$

$$\sqrt{4\alpha^2 + 1} = 1; \alpha = 0$$

El módulo del vector será igual a 1 cuando $\alpha = 0$, es decir, para un único valor de $\alpha$.

**6. La función $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x > 1 \\ 2x - 3, & x \leq 1 \end{cases}$ verifica que:**

**a) Es discontinua en $x = 1$**

**b) No está definida en $x = 0$**

**c) Es continua en $x = 1$**

Como cada tramo es continuo en $\mathbb{R}$ estudiamos la continuidad en los puntos en los que cambia el tramo, es decir en x=1

Para que una función sea continua tiene que cumplirse que $f(x_0) = \lim_{x \to x_0} f(x)$

$x = 1$

$f(1) = 2 \cdot 1 - 3 = -1$

$\lim_{x \to 1^-} 2x - 3 = -1$

$\lim_{x \to 1^+} x^2 - 1 = 0$

Como no cumple las condiciones de continuidad puesto que $0 \neq -1$ podemos decir que $f(x)$ es discontinua en $x = 1$

**7. La función $f(x) = x^3 - 3x - 3$ tiene en el punto (-1,-1):**

**a) Un máximo**

**b) Un punto de inflexión**

**c) Un mínimo**

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

$$3x^2 - 3 = 0; x = 1, x = -1 \; posibles\ MÁXIMOS\ \ y\ MÍNIMOS$$

$f''(x) = 6x$

$$f''(-1) = -6 < 0, MÁXIMO\ en\ x = -1$$

$$f''(1) = 6 > 0, MÍNIMO\ en\ x = 1$$

$$f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) - 3 = -1$$

$$f(1) = (1)^3 - 3(1) - 3 = -5$$

La función tiene un MÁXIMO en (-1,-1) y un MÍNIMO en (1,-5).

**8. El dominio de la función $f(x) = \sqrt{\frac{x+6}{x^2}}$ es:**

**a)** $\mathbb{R} - \{-6, 0\}$

**b)** $[-6, 0) \cup (0, +\infty)$

**c)** $(-\infty, -6] \cup (0, +\infty)$

$$x \neq 0$$

$$\frac{x+6}{x^2} \geq 0;\ [-6,+\infty)$$

Por tanto $Dom\,(f(x)) = [-6,0) \cup (0,+\infty)$

**9. El valor del $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2-2}-\sqrt{x^2-2x})$ es:**

**a) 1**

**b) 0**

**c) $\infty$**

$$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2-2}-\sqrt{x^2-2x}) = \infty - \infty = indeterminación$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{(\sqrt{x^2-2}-\sqrt{x^2-2x})(\sqrt{x^2-2}+\sqrt{x^2-2x})}{(\sqrt{x^2-2}+\sqrt{x^2-2x})} = \lim_{x\to\infty}\frac{2x}{(\sqrt{x^2-2}+\sqrt{x^2-2x})} = \frac{\infty}{\infty} = ind..$$

$$GN = GD, \lim_{x\to\infty}\frac{2x}{(\sqrt{x^2-2}+\sqrt{x^2-2x})} = \frac{2}{2} = 1$$

**10. El valor de $\int_2^3 \frac{x}{x^2-1}dx,$ es:**

**a) $\frac{1}{2}Ln\frac{8}{3}$**

**b) $Ln\frac{9}{4}$**

**c) $arc\ tg\ \frac{8}{3}$**

$$\int_2^3 \frac{x}{x^2-1}dx = \frac{1}{2}\int_2^3 \frac{2x}{x^2-1}dx = \frac{1}{2}Ln|x^2-1|\Big]_2^3 = \frac{1}{2}(Ln8 - Ln3) = \frac{1}{2}Ln\left(\frac{8}{3}\right)$$