UNED

PRUEBA DE ACCESO PARA MAYORES DE 25 AÑOS

MATEMÁTICAS II

JUNIO 2012

(ACIERTO +1, ERROR -0,25, SIN CONTESTAR 0)

1. El dominio de la función $f(x) = \frac{1}{\log(x^2-5x+6)}$ es:

a) $(-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$

b) $(2, 3)$

c) $\mathbb{R} - \{2, 3\}$

$$\log(x^2 - 5x + 6) \neq 0$$

$$x^2 - 5x + 6 > 0;\ (-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$$

$$Dom\left(f(x)\right) = (-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$$

Respuesta a)

2. La gráfica de la función $f(x) = x^4 - 6x^2 + 4$ en $x = -1$ tiene:

a) Punto de inflexión

b) Máximo

c) Mínimo

$$f'(x) = 4x^3 - 12x$$

$$4x^3 - 12x = 0; x = 0, x = \sqrt{3}, x = -\sqrt{3}; posibles\ MÁXIMOS\ Y\ MÍNIMOS$$

$$f''(x) = 12x^2 - 12$$

$$12x^2 - 12 = 0; x = 1, x = -1; posibles\ PUNTOS\ DE\ INFLEXIÓN$$

$$f'''(x) = 24x$$

$$f'''(1) = 24 \neq 0, PUNTO\ DE\ INFLEXIÓN\ en\ x = 1$$

$$f'''(-1) = -24 \neq 0, PUNTO\ DE\ INFLEXIÓN\ en\ x = -1$$

Respuesta a)

2. Una ecuación de la recta que pasa por el punto A(1,2) y es perpendicular a $r \equiv 3x + 4y - 5 = 0$ es:

a) $3x + y - 5 = 0$

b) $4x - 3y + 2 = 0$

a) $3x + 4y - 11 = 0$

El vector director de la recta dada es (-B, A), es decir $\vec{v}\,(-4{,}3)$

Un vector perpendicular a la recta es por tanto $\vec{u}\,(3{,}4)$ La

recta que buscamos tendrá la forma:

$$4x - 3y + D = 0$$

Para hallar D tomamos la condición del punto por el que pasa, y sustituimos sus coordenadas en la ecuación de la recta: $4 \cdot 1 - 3 \cdot 2 + D = 0; D = 2$

$$s \equiv 4x - 3y + 2 = 0$$

Respuesta b)

3. El sistema

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x + 3y + z = -2 \\ x + y + az = 0 \end{cases}$$ **es:**

a) Incompatible si $a = 2$

b) Compatible determinado si $a = -2$

c) Compatible determinado si $a = 1$

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$ y $A' = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & a & 0 \end{pmatrix}$

Estudiamos el rg (A)

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & a \end{vmatrix} = -a - 2$$

$$-a - 2 = 0; a = -2$$

Si $a \neq -2$, rg (A) = rg (A') = nº incógnitas = 3, SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO.

Si $a = -2$

rg (A)=2

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -3 \neq 0$$

rg (A')=3

Si $a = -2$, rg (A)≠rg (A'), SISTEMA INCOMPATIBLE.

Por tanto, compatible determinado si $a = 1$

Respuesta c)

4. El valor de
$\lim_{x\to\infty} \frac{e^x}{\log x}$
es:

a) 0

b) 1

c) ∞

$$\lim_{x\to\infty} \frac{e^x}{\log x} = \frac{\infty}{\infty} = indeterminación.;$$

$$e^x \; es\ una\ función\ de\ orden\ superior, es\ decir\ crece\ más\ rápido\ que \log(x)\, , por\ tanto$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{e^x}{\log x} = \lim_{x\to\infty} e^x = \infty$$

Respuesta c)

6. Los vectores $u_1 = (1, 1, 1), u_2 = (1, a, 1)$ y $u_3 = (1, 1, a)$ verifican:

a) Forman base para $a \neq 1$

b) Son linealmente dependientes para $a = 0$

c) $u_1 = au_2 - \frac{a}{2}u_3$

Tres vectores para formar una base tienen que ser linealmente independientes (rg = 3). Esto lo estudiamos hallando el rango de la matriz formada por los tres vectores.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{vmatrix} = a^2 - 2a + 1$$

$$a^2 - 2a + 1 = 0; a = 1$$

$a \neq 1$ los vectores son linealmente independientes, y por tanto forman base.

Respuesta a)

7. La función

$$f(x) = \begin{cases} -x, & x < -1 \\ x^2, & -1 \leq x < 1 \\ x - 1, & x \geq 1 \end{cases}$$ **es:**

a) Continua en $x = 1$

b) Discontinua en $x = 1$

c) Discontinua en $x = -1$

Como cada tramo es continuo en $\mathbb{R}$ estudiamos la continuidad en los puntos en los que cambia el tramo, es decir en x=-1 y x=1

Para que una función sea continua tiene que cumplirse que $f(x_0) = \lim_{x\to x_0} f(x)$

$x = -1$ Como cumple las condiciones de continuidad podemos decir que $f(x)$ es continua e

$f(-1) = -(-1) = 1$

$\lim_{x\to -1^-} -x = 1$

$\lim_{x\to -1^+} x^2 = 1$

En x=1

$\lim_{x\to 1-} x^2 = 1^2 = 1$

$\lim_{x\to 1^+} x - 1 = 1 - 1 = 0$

f(1)=1-1=0

no es continua en x=1

Como no cumple las condiciones de continuidad puesto que $0 \neq 1$ podemos decir que $f(x)$ es discontinua en $x = 1$

Respuesta b)

8. De cuantas maneras distintas se pueden ordenar las letras de la palabra CURSO:

a) 150

b) 120

c) 100

Las letras son distintas y el orden influye, por tanto:

$$P_5 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

Respuesta b)

9. EL valor de

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} sen^3 x\, dx$

es:

a) 1

b) $-\frac{1}{3}$

c) $\frac{2}{3}$

Indicación: $\boldsymbol{sen^3x = sen\,x(1-cos^2x)}$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} sen^3x\,dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} sen\,x(1-cos^2x)dx$$
$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} (sen\,x - sen\,x \cdot cos^2x)dx = -c\,os\,x + \frac{cos^3x}{3}\Big]_0^{\frac{\pi}{2}} = 0-\left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3}$$

Respuesta c)

10. La derivada de la función

$\boldsymbol{f(x) = cos(sen(2x))}$ **es:**

a) $\boldsymbol{f'(x) = -2cos(sen2x)cos2x}$

b) $\boldsymbol{f'(x) = -2sen(sen2x)cos2x}$

c) $\boldsymbol{f'(x) = 2cos(sen2x)cos2x}$

$$f'^{(x)} = -sen\big(sen(2x)\big)\cdot cos(2x)\cdot(2) = -2sen(sen(2x)cos(2x)$$

Respuesta b)