UNED

PRUEBA DE ACCESO PARA MAYORES DE 25 AÑOS

MATEMÁTICAS II

JUNIO 2011

(ACIERTO +1, ERROR -0,25, SIN CONTESTAR 0)

1. Sea el ángulo α, con $\alpha < \frac{\pi}{2}$, y se sabe que $cotg\ \alpha = \frac{15}{8}$. El $sen\alpha$ vale:

a) $\frac{\sqrt{289}}{289}$

b) $\frac{8\sqrt{289}}{289}$

c) $\frac{8\sqrt{8}}{289}$

$$cosec^2\alpha = cotg^2\alpha + 1$$

$$cosec\ \alpha = \frac{\sqrt{289}}{8}$$

$$sen\ \alpha = \frac{8\sqrt{289}}{289}$$

2. El valor de $L = \lim_{n\to\infty} \frac{5n^2+2n-1}{\sqrt[3]{3n^7+n-3}}$ es:

a) ∞

b) 0

c) 5

$$\lim_{n\to\infty} \frac{5n^2+2n-1}{\sqrt[3]{3n^7+n-3}} = \frac{\infty}{\infty} = indeterminación; GN < GD;\ \lim_{n\to\infty} \frac{5n^2+2n-1}{\sqrt[3]{3n^7+n-3}} = 0$$

3. Sea la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$. Su función inversa $f^{-1}(x)$ es:

a) $\frac{x-1}{2x+3}$

b) $\frac{x+5}{x-2}$

c) $\frac{x+3}{x-2}$

$$y = \frac{2x+3}{x-1}$$

$$x = \frac{2y+3}{y-1}\,;(y-1)x = 2y+3; y = \frac{x+3}{x-2}$$

4. La función $f(x) = x^3 - 6x^2 - 15x + 10$ tiene un máximo relativo en:

a) $x = -10$

b) $x = 5$

c) $x = -1$

$$f'(x) = 3x^2 - 12x - 15$$

$$3x^2 - 12x - 15 = 0\,; x = 5, x = -1$$

$$f''(x) = 6x - 12$$

$f''(5) > 0$ MÍNIMO en x= 5

$f''(-1) < 0$ MÁXIMO en x=-1

5. La derivada primera de la función $f(x) = x^2 e^{-x}$ es:

a) $f'(x) = \frac{2x - xe^x}{e^x}$

b) $f'(x) = \frac{2x - x^2}{e^x}$

c) $f'^{(x)} = 2x - xe^x$

$$f'^{(x)} = 2x(e^{-x}) + x^2(-1)e^{-x} = \frac{2x - x^2}{e^x}$$

6. El valor de $I = \int_0^{\frac{1}{2}}(senx - x^3)dx$ es:

a) $I = \frac{63}{64} - cos\left(\frac{1}{2}\right)$

b) $I = -cos\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{64}$

a) $I = sen\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{8}$

$$I = \int_0^{\frac{1}{2}}(senx - x^3)dx = \left. -cos\,x - \frac{x^4}{4}\right]_0^{\frac{1}{2}} = -cos\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{64} + 1 == -cos\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{63}{64}$$

7. La parte real y la parte imaginaria del número complejo $\frac{(3+2i)}{4-3i}$ son:

a) $Real = \frac{6}{25}; Imaginaria = \frac{17}{25}$

b) $Real = \frac{18}{25}; Imaginaria = \frac{1}{25}$

c) $\boldsymbol{Real = \frac{23}{25}; Imaginaria = \frac{11}{25}}$

$$\frac{(3+2i)(4+3i)}{(4-3i)(4+3i)} = \frac{6+17i}{25} = \frac{6}{25} + \frac{17}{25}i$$

8. La solución (x_1, y_1, z_1) del sistema $\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ -3x + y - 3z = -3 \\ x + 2y - z = 1 \end{cases}$ verifica:

a) $x_1 + y_1 < 4z_1$

b) $z_1 > 2$

c) $x_1 < 2$

$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -3 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $A' = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & -3 & -3 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

Estudiamos el rg (A)

$|A| = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -3 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 9 \neq 0$ por tanto rg (A)=3

rg(A)=rg(A')=3 , por tanto $\forall a$ el sistema es Compatible Determinado.

Para resolver el sistema utilizamos Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -3 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{9}{9} = 1$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -3 & -3 & -3 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{0}{9} = 0$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -3 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{0}{9} = 0$$

Solución del sistema: (1,0,0), por tanto $x_1 < 2$

9. Sea la recta r con ecuación paramétrica $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + t \end{cases}$. Una ecuación implícita de la recta r es:

a) $\boldsymbol{3x + 2y - 8 = 0}$

b) $\boldsymbol{x + 2y - 5 = 0}$

a) $\boldsymbol{x + y - 3 = 0}$

Si desarrollamos la ecuación paramétrica $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1}$, obtenemos $x + 2y - 5 = 0$.

10. En una urna hay tres bolas rojas, cinco bolas blancas y cuatro bolas negras. La probabilidad de que al extraer una bola, ésta no sea blanca es:

a) $\frac{5}{12}$

b) $\frac{13}{12}$

c) $\frac{7}{12}$

$$p(blanca) = \frac{casos\ favorables}{casos\ posibles} = \frac{5}{12}$$

$$p(\overline{blanca}) = 1 - p(blanca) = 1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$$