

| | | |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|
|  | <p>UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA LOS MAYORES DE 25 AÑOS AÑO 2011</p> <p>MATERIA: MATEMÁTICAS</p> | <p>FASE ESPECÍFICA</p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES : El alumno deberá escoger **una** de las dos opciones y responder a **todas** las cuestiones de la opción elegida.

PUNTUACIÓN : 2'5 puntos cada ejercicio.

TIEMPO : 1 Hora y 15 minutos.

OPCIÓN A

1. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

se pide:

- Hallar las matrices inversas de A y B .
- Comprobar que $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
- Encontrar la matriz $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ solución de $AX = B$.

2. Se considera un paralelogramo de vértices A, B, C y D .

- Determinar los vértices C y D sabiendo que $A = (1, 2, -3)$ y $B = (-2, 1, 0)$ son dos vértices consecutivos y que $M = (1, -1, 2)$ es el punto donde se cortan las diagonales del paralelogramo.
- Hallar el área del paralelogramo que tiene por vértices los puntos A, B, C y D del apartado anterior.

3. Dada la recta

$$r: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{-1},$$

se pide:

- Escribir las ecuaciones paramétricas de la recta s que es paralela a r y pasa por el punto $(1, 0, -1)$.
- Hallar la distancia que hay entre las rectas r y s .

4. Determinar cuál es el valor más pequeño que toma el determinante de la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & x & -1 \\ -1 & 1 & x \\ 3 & x & 1 \end{pmatrix}$$

y el punto $x \in \mathbb{R}$ en el que se alcanza dicho mínimo.

OPCIÓN B

1. Encontrar las matrices X e Y solución del sistema

$$\begin{cases} 2X - Y = A \\ X + Y = B \end{cases}$$

siendo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. En \mathbb{R}^3 se consideran los puntos $A = (1,0,-1)$, $B = (2,0,1)$ y $C = (1,3,4)$.
- Calcular el área del triángulo que tiene por vértices los puntos A , B y C .
 - Si $D = (1,1,\alpha)$, encontrar el valor de $\alpha \in \mathbb{R}$ para que los puntos A , B , C y D sean coplanarios. Hallar la ecuación del plano que los contiene.
3. Calcular la derivada de la función

$$f(x) = \sqrt{\frac{2 - \cos(x)}{3 + \sin(x)}}.$$

4. Hallar las siguientes integrales indefinidas:

$$a) \int \frac{x-3}{(x-1)(x-2)} dx \quad b) \int e^x \sin x dx.$$

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

MATEMÁTICAS

OPCIÓN A

1) (Puntuación máxima: 2'5 puntos)

Se calificará con 1'5 puntos la obtención de las inversas de las matrices A , B y AB (0'5 puntos por cada una de ellas), con 0'25 puntos la comprobación de que $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ y con 0'75 puntos la obtención de la matriz X solución de $AX = B$.

2) (Puntuación máxima: 2'5 puntos)

Se asignarán 1'5 puntos a la obtención de los vértices C y D y 1 punto al cálculo del área del paralelogramo.

3) (Puntuación máxima: 2'5 puntos)

Se calificará con 1 punto la obtención de las ecuaciones paramétricas de la recta s y con 1'5 el cálculo de la distancia entre las rectas r y s .

4) (Puntuación máxima: 2'5 puntos)

Se puntuará con 0'75 puntos el cálculo del determinante en función de la variable x , con 0'25 puntos la obtención de la derivada de la función anterior, con 0'5 puntos la obtención del punto crítico $x = -\frac{1}{2}$ y con 0'75 la verificación de que $x = -\frac{1}{2}$ es un mínimo relativo que, de hecho, es absoluto. Los 0'25 puntos restantes se asignarán al valor mínimo que toma el determinante cuando $x = -\frac{1}{2}$.

OPCIÓN B

1) (Puntuación máxima: 2'5 puntos)

Se puntuará con 1'5 puntos los despejes correctos de las matrices X e Y en función de las matrices A y B y con 1 punto la obtención de las matrices X e Y que resuelven el sistema.

2) (Puntuación máxima: 2'5 puntos)

Se asignarán 0'5 puntos al cálculo del producto vectorial de los vectores \overrightarrow{AB} y \overrightarrow{AC} y 0'5 puntos a la aplicación de la fórmula que permite obtener el área del triángulo en términos de la norma del producto vectorial de los vectores antes citados. Respecto al apartado b), se asignarán 0'5 puntos a la obtención del valor $\alpha = \frac{2}{3}$ que hace que los puntos A , B , C y D sean coplanarios y 1 punto a la determinación del plano que los contiene.

3) (Puntuación máxima: 2'5 puntos)

Se puntuará con hasta con 2'5 puntos la aplicación correcta de la regla de la cadena para obtener la derivada.

4) (Puntuación máxima: 2'5 puntos)

Se calificará con 1 punto la obtención de la primera integral indefinida y con 1'5 puntos la obtención de la segunda integral indefinida.