



**UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID**  
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD  
PARA LOS MAYORES DE 25 AÑOS  
AÑO 2010

FASE  
ESPECÍFICA

**MATERIA: MATEMÁTICAS**

**INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN**

**INSTRUCCIONES :** El alumno deberá escoger **una** de las dos opciones y responder a **todas** las cuestiones de la opción elegida.

**PUNTUACIÓN :** 2'5 puntos cada ejercicio.

**TIEMPO :** 1 Hora y 15 minutos.

**OPCIÓN A**

1. Se considera el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x & + z = 1 \\ \alpha x + 2y + 3z = 1 \\ & 2y + z = 1 \end{cases}$$

con  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Se pide:

- Discutir el sistema anterior en función del parámetro  $\alpha$ .
  - Encontrar la solución del sistema cuando  $\alpha = 3$ .
- Hallar la ecuación del plano  $\pi$  que contiene a los puntos  $A = (1, 0, 1)$ ,  $B = (-1, 1, 2)$  y  $C = (0, 2, 3)$ .
    - Determinar la distancia del punto  $P = (0, 1, 0)$  al plano  $\pi$ .
  - Encontrar dos números positivos sabiendo que su producto es 100 y que la suma de los cuadrados de dichos números es mínima.
  - Hallar el valor de la integral definida

$$\int_0^{\pi} e^{3x} \operatorname{sen} x dx.$$

**OPCIÓN B**

1. Encontrar la matriz  $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  sabiendo que se verifica la relación

$$AX = BX + C^2$$

siendo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Se consideran los puntos  $A = (1, 0, 1)$ ,  $B = (0, 1, 1)$  y  $C = (1, 1, \alpha)$  con  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Encontrar el valor de  $\alpha$  para que el área del triángulo que forman los puntos  $A, B$  y  $C$  sea  $\frac{1}{2}$ .

3. Calcular los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$ .

b)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \operatorname{sen} x}{\cos x}$ .

4. Hallar el área encerrada por la gráfica de la función

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

y el eje  $OX$  entre las abscisas  $x = 1$  y  $x = 2$ .

## CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

## MATEMÁTICAS

## OPCIÓN A

## 1) (Puntuación máxima: 2'5 puntos)

Se puntuará con medio punto el cálculo del rango de la matriz del sistema dependiendo del valor de  $\alpha$ . Se puntuará con 1 punto el cálculo del rango de la matriz ampliada del sistema dependiendo del valor de  $a$  y la distinción entre el caso compatible y determinado ( $\alpha \neq 2$ ) y el caso incompatible ( $\alpha = 2$ ). Se puntuará con 1 punto la resolución correspondiente al caso  $\alpha = 3$ .

## 2) (Puntuación máxima: 2'5 puntos)

Se asignará 1 punto a la obtención de una base de vectores del plano  $\pi$  y a un vector perpendicular al plano  $\pi$  y, otro medio punto, a la obtención del plano  $\pi$ . Se calificará con medio punto la aplicación de algún método que permita calcular la distancia del punto  $P$  al plano  $\pi$  y con medio punto la obtención de la distancia de  $P$  a  $\pi$ .

## 3) (Puntuación máxima: 2'5 puntos)

Se puntuará con 1 punto la consideración de la función a minimizar, con medio punto el cálculo de la derivada de esta función, con otro medio punto la obtención de los puntos críticos ( $x = \pm 10$ ) y con el medio punto final la verificación de que  $x = 10$  es un mínimo relativo.

## 4) (Puntuación máxima: 2'5 puntos)

Se calificará hasta con dos puntos el uso correcto de la integración por partes. El medio punto final se corresponderá con el valor correcto de la integral.

## OPCIÓN B

## 1) (Puntuación máxima: 2'5 puntos)

Se puntuará 1 punto al despeje correcto de la matriz  $X$  y con otro punto el cálculo de la inversa de  $A - B$ . El medio punto final es para la obtención correcta de  $X$ .

## 2) (Puntuación máxima: 2'5 puntos)

Se asignará un punto por el cálculo del producto vectorial de los vectores  $\overline{AB}$  y  $\overline{AC}$  y otro punto la aplicación de la fórmula que permite obtener el área del triángulo en términos de la norma del producto vectorial de los vectores antes citados. El medio punto final se asignará a la obtención del valor  $\alpha = 1$ .

## 3) (Puntuación máxima: 2'5 puntos)

Se puntuará con 1'5 puntos el cálculo correcto del primer límite y 1 punto el cálculo del segundo límite.

## 4) (Puntuación máxima: 2'5 puntos)

Se calificará hasta con dos puntos el planteamiento y resolución del problema en términos de una integral definida y con medio punto el cálculo correcto de la misma.