

**OPCIÓN A**

1 – (2 puntos) Dado el problema de programación lineal: maximizar  $z = 3x - 5y$   
 con las restricciones  $\begin{cases} x + y \geq 2 \\ x + y \geq -2 \\ x - y \leq 2 \\ x \geq 2, y \leq 2 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$  . Se pide:

- a) Represente la región factible.
- b) ¿En qué punto se alcanza el máximo y cuánto vale?

2 – (2 puntos) Calcule la matriz  $X$  para que se verifique:

$$3X - 2 \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

3 – (3 puntos) Una empresa de venta online tiene las siguientes funciones de ingresos y gastos, en euros, con  $x$  la cantidad de unidades vendidas:  $I(x) = x^3 + 2x^2 + 225x$ ;  $G(x) = x^3 + x^2 + 2000x + 500000$ . Determine:

- a) La función del beneficio anual y la cantidad de unidades vendidas para que el beneficio sea nulo.
- b) El valor del beneficio si no se vende ninguna unidad y el número de unidades vendidas que hace mínimo en la función de beneficio.
- c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento del beneficio.

4 – (3 puntos) En el parque móvil de una determinada ciudad se desea conocer la probabilidad de que un vehículo elegido al azar tenga que pasar la ITV en el año en curso. De 300 vehículos tomados al azar 15 de ellos tenían que pasar la inspección.

- a) Hallar un intervalo de confianza al 95% para la probabilidad pedida.
- b) ¿Cuántos vehículos se deberían tomar para que con una probabilidad del 95% el error máximo al estimar la proporción de vehículos a inspeccionar sea del 0'05?

**OPCIÓN B**

1 – (3 puntos) Utilizando las propiedades de las matrices obtenga las matrices  $X$  e  $Y$  tales que

$$\begin{cases} -3X + Y = A \\ X - 2Y = B \end{cases}, \text{ siendo } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 3 & 3 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 0 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

2 – (2 puntos) La variación, en céntimos de euro, de la cotización bursátil de las acciones de una empresa sigue la función  $V(t) = t^3 - 12t^2 + 45t$ , en la sesión del día entre las 09:00 y las 17:00 horas ( $0 \leq t \leq 8$ ).

- a) ¿Cuál ha sido la variación al cerrar la sesión? ¿Cuál ha sido la cotización final sabiendo que ayer cotizaba a 30€?
- b) Hallar los intervalos horarios en que la variación ha crecido y aquellos en que ha decrecido

3 – (2 puntos) Hallar el área que ocupa el logotipo de una compañía aérea y que está delimitado por las funciones  $f(x) = (x - 1)^2$  y  $g(x) = 2 - (x - 1)^2$ .

4 – (3 puntos) Un club deportivo cuenta con dos tipos de deportistas. Los que entrenan en grupo en las instalaciones del club y los que entrenan por libre. El primer grupo está formado por 70 deportistas y el segundo por 30. En la toma de tiempos de una prueba de 100 metros lisos, el primer grupo ha dado un tiempo medio de 10 segundos con una desviación típica de 0'1. El segundo grupo ha dado un tiempo medio de 9'9 segundos con una desviación de 0'09. Sabiendo que la variable que representa el tiempo medio empleado en ambos casos se distribuye según una normal ¿es posible afirmar con el 95% de confianza que hay diferencia de tiempos entre los deportistas que entrenan en grupo y los que lo hacen por libre?



OPCIÓN A

Junio 2014

① Maximizar  $z = 3x - 5y$

$$\begin{aligned} x + y &\geq 2 \\ y &\geq 2 - x \end{aligned}$$

x	y
0	2
2	0
4	-2
6	-4

$$\begin{aligned} x &\geq 0 \\ x &\geq 2 \end{aligned}$$

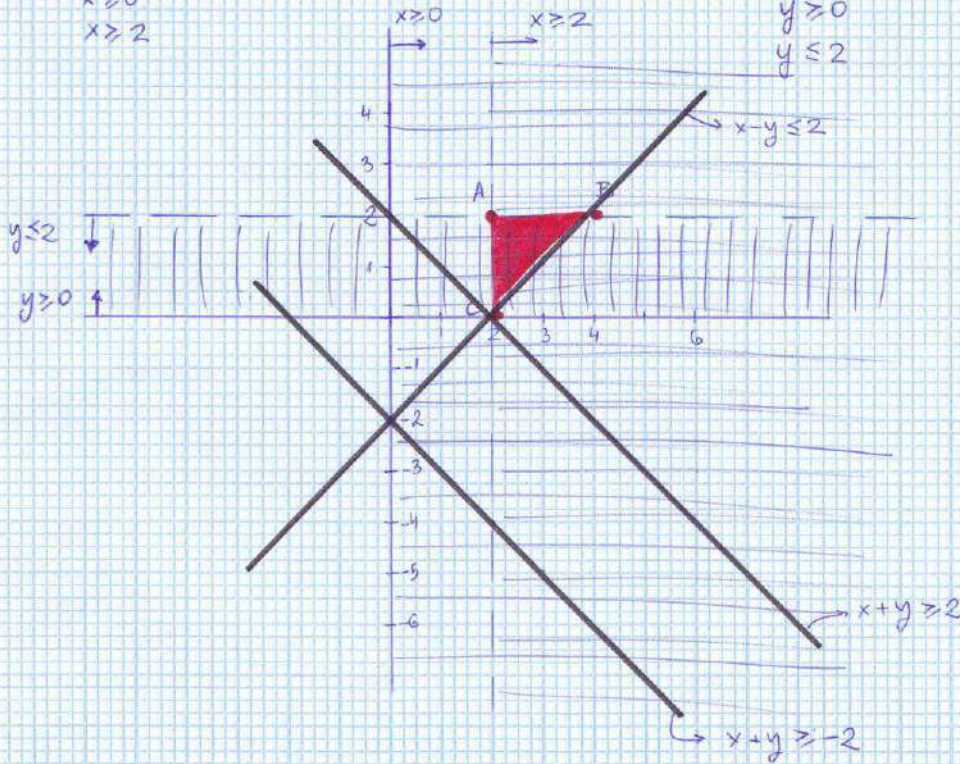
$$\begin{aligned} x + y &\geq -2 \\ y &\geq -2 - x \end{aligned}$$

x	y
0	-2
2	-4
3	-5
4	-6

$$\begin{aligned} x - y &\leq 2 \\ x - 2 &\leq y \end{aligned}$$

x	y
0	-2
2	0
3	1
4	2

$$\begin{aligned} y &\geq 0 \\ y &\leq 2 \end{aligned}$$



A(2,2)       $z(2,2) = 3 \cdot 2 - 5 \cdot 2 = -4$

B(4,2)       $z(4,2) = 3 \cdot 4 - 5 \cdot 2 = 2$

C(2,0)       $z(2,0) = 3 \cdot 2 - 5 \cdot 0 = 6$

MÁXIMO en C(2,0)

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

JUNIO 2014

OPCIÓN A

② ¿X?

$$3X - 2 \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$3X - 2 \begin{bmatrix} 2 & -9 \\ -3 & -10 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ 9 & 6 \end{bmatrix}$$

$$3X - \begin{bmatrix} 4 & -18 \\ -6 & -20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 & -6 \\ 27 & 18 \end{bmatrix}$$

$$3X = \begin{bmatrix} 21 & -6 \\ 27 & 18 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & -18 \\ -6 & -20 \end{bmatrix}$$

$$3X = \begin{bmatrix} 25 & -24 \\ 21 & -2 \end{bmatrix}$$

$$X = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 25 & -24 \\ 21 & -2 \end{bmatrix}$$

www.academianuevofuturo.com



MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES JUNIO 2014

OPCIÓN A

③ x: cantidad unidades vendidas

$$I(x) = x^3 + 2x^2 + 225x$$

$$G(x) = x^3 + x^2 + 2000x + 500000$$

a) Beneficio = Ingresos - Gastos  $\Rightarrow B(x) = I(x) - G(x)$

$$B(x) = x^2 - 1775x - 500000$$

Para que  $B(x) = 0 \Rightarrow x = \begin{cases} 2022,25 \text{ unidades vendidas} \\ -247,25 \text{ (No válida)} \end{cases}$

b)  $\frac{dB(x)}{dx} \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow B'(x) = 2x - 1775 = 0 \Rightarrow B(0) = -500000$

$\frac{dB(x)}{dx}$  para que  $B(x)$  sea mínimo:  $B'(x) = 0$

$$B'(x) = 2x - 1775 ; 2x - 1775 = 0$$

$$x = 887,5 \text{ unidades vendidas}$$

c) Crecimiento y decrecimiento:

x	887,5	
$B'(x)$	-	+
$B(x)$	↘	↗

Decrece :  $x < 887,5$

Crece :  $(887,5, +\infty)$

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES JUNIO 2014

OPCIÓN A

④  $n = 300 \rightarrow 15$  (pasar ITV)

a) int. confianza? 95%  $1 - \alpha = 0,95 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$

$$p \pm z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}}$$

$$\frac{15}{300} \pm 1,96 \cdot \sqrt{\frac{15 \cdot \frac{285}{300}}{300}} ; \frac{15}{300} \pm 0,02466 ; 0,05 \pm 0,02466$$

$$(0,0253, 0,0747)$$

b) ¿n? para que al 95% el error  $\leq 0,05$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}}$$

$$(0,05)^2 = \left( 1,96 \cdot \sqrt{\frac{15 \cdot \frac{285}{300}}{n}} \right)^2$$

$$0,0025 = \frac{3,84}{n} \left( \frac{4275}{90000} \right)$$

$$n = 72,96$$

www.acad...

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

JUNIO 2014

OPCIÓN B

①  $X? Y?$

$$\begin{cases} -3X + Y = A \\ X - 2Y = B \end{cases}$$

$$-6X + 2Y = 2A$$

$$X - 2Y = B$$

$$\hline -5X = 2A + B$$

$$X = -\frac{1}{5}(2A + B)$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 10 & 6 & 6 \end{pmatrix}}_{2A} + \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 0 & 4 & -1 \end{pmatrix}}_B = \underbrace{\begin{pmatrix} 5 & 5 & 0 \\ 10 & 10 & 5 \end{pmatrix}}_{2A+B}$$

$$\boxed{X = -\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 5 & 5 & 0 \\ 10 & 10 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -2 & -2 & -1 \end{pmatrix}}$$

$$Y = A + 3X = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 3 & 3 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -2 & -2 & -1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 3 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 & -3 & 0 \\ -6 & -6 & -3 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\boxed{Y = \begin{pmatrix} -1 & -3 & -1 \\ -1 & -3 & 0 \end{pmatrix}}$$

WWW

um

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

JUNIO 2014

OPCIÓN B

②  $V(t) = t^3 - 12t^2 + 45t$       9:00 - 17:00 (horas)  
( $0 \leq t \leq 8$ )

a) ¿V (cena la sesión  $\Rightarrow t=8$ )?

$$V(8) = 8^3 - 12 \cdot 8^2 + 45 \cdot 8 = 104 \text{ (céntimos de €)}$$

Cotización final si ayer cotizaba a 30 € :

$$\text{Cotización final} = 30 \text{ €} + 1,04 = 31,04 \text{ €}$$

b)  $V'(t) = 3t^2 - 24t + 45$

$$V'(t) = 0 \Rightarrow 3t^2 - 24t + 45 = 0 \Rightarrow \begin{matrix} t=5 \\ t=3 \end{matrix}$$

t		3		5	
V'(t)		+		-	
V(t)		↗		↘	

Crece :  $[0, 3) \cup (5, 8]$

Decrece :  $(3, 5)$

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES JUNIO 2014

OPCIÓN B

③ ¿Área?

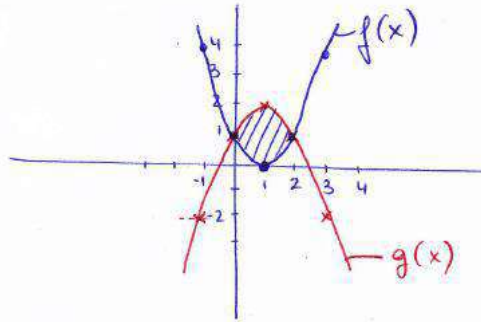
$$f(x) = (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

$$g(x) = 2 - (x-1)^2 = 2 - (x^2 - 2x + 1) = -x^2 + 2x + 1$$

Representamos las gráficas de las dos funciones:

$f(x)$  Vértice  $V_x = -b/2a = 1$   $\left\{ \begin{array}{l} (1, 0) \\ V_y = 0 \end{array} \right.$

$g(x)$  Vértice  $V_x = 1$   $\left\{ \begin{array}{l} (1, 2) \\ V_y = 2 \end{array} \right.$



$$\int_0^2 [g(x) - f(x)] = \int_0^2 (-2x^2 + 4x) = \left[ -\frac{2x^3}{3} + \frac{4x^2}{2} \right]_0^2 = -\frac{2 \cdot 2^3}{3} + \frac{4 \cdot 2^2}{2} - 0 =$$

$$= -\frac{16}{3} + \frac{16}{2} = \frac{-32 + 48}{6} = \frac{16}{6} = \boxed{\frac{8}{3} \text{ u}^2}$$



MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

JUNIO 2014

OPCIÓN B

④ ① Grupo:  $n_1 = 70$   
 $\bar{x}_1 = 10$  s  
 $\sigma_1 = 0,1$

② Libre:  $n_2 = 30$   
 $\bar{x}_2 = 9,9$  s  
 $\sigma_2 = 0,09$

(100m kms)

(95%)

Contraste de diferencia de medias:

$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$

$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

IC  $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$

$(10 - 9,9) \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{0,1^2}{70} + \frac{0,09^2}{30}}$

$0,1 \pm 1,96 \cdot 0,02032$

$0,1 \pm 0,03983$

$(0,06017 ; 0,13983)$

$0 \notin (0,06017 ; 0,13983)$  Rechazamos  $H_0$ .

Si hay diferencia entre la media de los dos grupos.