MATEMATICAS CCSS MAYORES DE 25 AÑOS REY JUAN CARLOS 2012

SOLUCIONES

**OPCIÓN A**

A=$\begin{pmatrix} 3 & a & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ A*=$\begin{pmatrix} 3 & a & -1 & 4 \\ 1 & -1 & 2 & 5 \\ -1 & 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

Realizo el determinante de a y lo igualo a 0

-a-17=0; a=-17

Si a=-17 RA=RA*=n SCD

Si a=-17

A=$\begin{pmatrix} 3 & -17 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ A*=$\begin{pmatrix} 3 & -17 & -1 & 4 \\ 1 & -1 & 2 & 5 \\ -1 & 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

$\begin{vmatrix} 3 & -17 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \neq 0\ R(A) = 2;$ $\begin{vmatrix} 3 & -17 & 4 \\ 1 & -1 & 5 \\ -1 & 3 & 2 \end{vmatrix} \neq 0$ R(A*)=3 Sistema incompatible

b) a = 2

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & 4 \\ 1 & -1 & 2 & 5 \\ -1 & 3 & -1 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow[I+III\,.\,(3)]{I+II\,.\,(-3)} \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & 5 & -7 & -11 \\ 0 & 11 & -4 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{II\,.(11)+III\,.\,(-5)} \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & 5 & -7 & -11 \\ 0 & 0 & -57 & 171 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 4 \Rightarrow x = 1 \\ 5y - 7z = -11 \Rightarrow y = 2 \\ -57z = -171 \Rightarrow z = 3 \end{cases}$$

2. $f(x) = 2x^3+3x^2 - 36x + 12$

a) Para calcular máximos y mínimos realizamos la primera derivada

$f'(x) = 6x^2 + 6x - 36 = 0 \rightarrow$ *Resolvemos la ecuación de 2º grado*

Así los candidatos son $x = 2$ y $x = -3$ y observamos el signo de la derivada

| | (-∞, - 3) | (-3, 2) | (2, ∞) |
|---|---|---|---|
| f´ (x) | + | — | + |
| f (x) | creciente | decreciente | creciente |

Para obtener el punto exacto sustituimos en f(x)

f(-3)=93; máximo (-3,93) f(2)=-32; mínimo (2, -32)

3. $x^2 + y^2 \leq 4 \rightarrow y = \sqrt{4 - x^2}$

$x - y \geq 0 \rightarrow y = x$

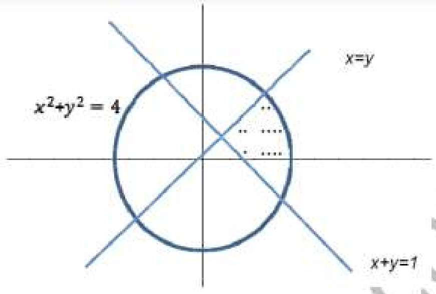
$x + y \geq 1 \rightarrow y = 1 - x$

$x \geq 0 \;\; y \geq 0$

| x | y |
|---|---|
| 0 | $\pm 2$ |
| $\pm 2$ | 0 |

| x | y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |
| -1 | -1 |

| x | y |
|---|---|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |




4.

P (C) = 0´2 → 0´3 Aprobar; 0´7 No Aprobar

P (A) = 0´5 → 0´7 Aprobar; 0´02 No Aprobar

P (P) = 0´3 → 0´5 Aprobar; 0´5 No Aprobar

a) $P(Aprobar) = P(C \cap S\,Aprobar) + P(A \cap Aprobar) + P(P \cap Aprobar) =$
$0'2 \,.\, 0'3 + 0'5 .\, 0'7 + 0'3 .\, 0'5 = 0'56$

b) $P\left({}^{A}/_{Aprobar}\right) = \frac{P(A \cap Aprobar)}{P(Aprobar)} = \frac{0'5.0'7}{0'56} = 0'625$

**OPCIÓN B**

1. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ a & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

a) Primero calculamos el determinante de la matriz

$$det|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ a & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 3 - a \rightarrow a = 3$$

- Si a $\neq$ 3 $\rightarrow$ ran (A) = 3
- Si a = 3 $\rightarrow$ ran (A) = 2

$$det|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} \rightarrow \qquad \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = 3 \neq 0$$

b) Si $a = 2 \rightarrow A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{(Adj(A))^T}{|A|}$

Primero calculamos el determinante de la matriz:

$$det|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

Calculamos la matriz de los adjuntos:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{Traspuesta} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{1} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

2. a) $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-x-6}{x^2-9} = \frac{0}{0} = L'Hopital = \lim_{x\to 3} \frac{2x-1}{2x} = \frac{5}{6}$

   b) $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^2+6}{x^2-1}\right)^{2x^2} = 1^{\infty}$

   Aplicamos la fórmula: $e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+6}{x^2-1}-1\right).2x^2}$

   $$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^2+6}{x^2-1} - 1\right).2x^2 = \lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^2+6-x^2+1}{x^2-1}\right).2x^2 = \lim_{x\to\infty} \left(\frac{7}{x^2-1}\right).2x^2$$

   $$= \lim_{x\to\infty} \left(\frac{14x^2}{x^2-1}\right) = \frac{\infty}{\infty} = aplicamos\ L'Hopital = \lim_{x\to\infty} \frac{28x}{2x} = 14$$

   Así: $e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+6}{x^2-1}-1\right).2x^2}$ $e^{14}$

   c) $\lim_{x\to\infty} (\sqrt{x^2+1} - x).\frac{(\sqrt{x^2+1}+x)}{(\sqrt{x^2+1}+x)} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x} = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x} = 0$

3. Dos dados Casos totales: 36
   a) Casos favorables: 12

   $$P(Múltiplos\ de\ 3) = \frac{Casos\ favorables}{Casos\ Totales} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

   b) Casos favorables: 6

   c) $P(Mayores\ de\ 10\ o\ Menores\ de\ 4) = \frac{Casos\ favorables}{Casos\ Totales} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

4. N ($\mu$ , 4) n = 100 $\bar{x} = 28$

   Calculamos $z\alpha/_2$ para 95 % de probabilidad

   $1 - 0'95 = 0'05 \Rightarrow 0'05 : 2 = 0'025 \Rightarrow 0'95 + 0'025 = 0'975 \Rightarrow z\alpha/_2 = 1'96$

   I.C. $\left(\bar{x} - z\alpha/_2 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} , \bar{x} + z\alpha/_2 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

   $$\left(28 - 1'96 . \frac{4}{\sqrt{100}} , 28 + 1'96 . \frac{4}{\sqrt{100}}\right) \rightarrow (27'216 , 28'784)$$