MATEMATICAS CCSS MAYORES DE 25 AÑOS REY JUAN CARLOS 2011

SOLUCIONES

OPCIÓN A

1. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \rightarrow A^{-1} = \frac{(Adj(A))^T}{|A|}$

a) Primero calculamos el determinante de la matriz:

$$det|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 6$$

Calculamos la matriz de los adjuntos:

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 6 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{Traspuesta} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 6 & -3 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A^{-1} = \frac{1}{6} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 6 & -3 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

b) RA=3 Sólo tiene solución trivial.

2.

2. $f(x) = (x-1)^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

a) Para estudiar el crecimiento y decrecimiento realizamos la primera derivada

$f'(x) = 3x^2 - 6x + 3 = 0 \rightarrow$ *Resolvemos la ecuación de 2º grado*

Así el punto en el que puede cambiar la tendencia de la función es $x = 1$ y observamos el signo de la derivada

	(-∞, 1)	(1, ∞)
f´(x)	+	+
f(x)	creciente	creciente

Por tanto es una función siempre creciente

b) Puntos críticos → como no hay máximos ni mínimos como ya hemos visto, sólo nos queda por estudiar si existiese algún Punto de Inflexión, y lo haremos estudiando f´´(x)

$f''(x) = 6x - 6 = 0 \rightarrow x = 1$

	(-∞, 1)	(1, ∞)
f´´(x)	–	+
f(x)	∩	∪

$f(1) = 0 \rightarrow$ En $(1, 0)$ hay un punto de inflexión

c) Ecuación de la recta tangente en $x_0 = 0$

$y = f(x_o) + f'(x_o).(x - x_0)$

$f'(x) = 3x^2 - 6x + 3$

$f(0) = -1$

$f'(0) = 3$

$y = -1 + 3.(x - 0) \to y = -1 + 3x \to y = 3x - 1$

3. a) $\lim_{x\to\infty} \frac{x^3-5x+1}{x^2-4} = \frac{\infty}{\infty} = L\ddot{}Hopital = \lim_{x\to\infty} \frac{3x^2-5}{2x} = \frac{\infty}{\infty} = L\ddot{}Hopital = \lim_{x\to\infty} \frac{6x}{2} = \infty$

b) $\lim_{x\to-\infty} e^{2x+1} = \lim_{x\to-\infty} e^{2(-\infty)+1} = \lim_{x\to-\infty} e^{-\infty} = \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{e^{\infty}} = 0$

4.

	Contabilidad		Estadística
0´4	Repiten	0´7	Repiten
		0´3	No Repiten
0´6	No Repiten	0´2	Repiten
		0´8	No Repiten

$P(Rep\ E) = P(Rep\ C \cap Rep\ E) + P(No\ Rep\ C \cap Rep\ E) = 0´4\,.0´7 + 0´6\,.0´2 = 0´4$

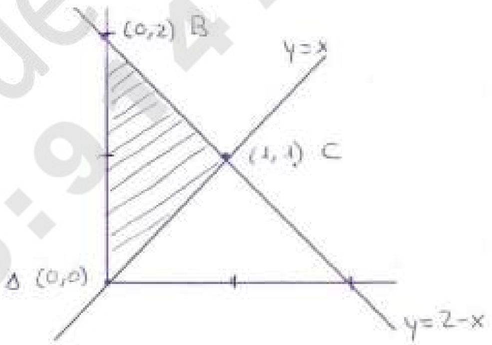
OPCIÓN B

1. $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2y + 2z = 2 \\ x + 3y + 2z = 3 \end{cases} \to \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{I-III} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{II+III} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Como nos hemos quedado sin 1 de las incógnitas, se trata de un S. C. Indeterminado y para resolverlo, llamaremos a $y = \lambda$

$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2y + 2z = 2 \end{cases} \xrightarrow{y=\lambda} \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ z = 1 - \lambda \end{cases}$

2. $\begin{cases} x, y > 0 \\ y \geq x \to y = x \\ x + y \leq 2 \to y = 2 - x \end{cases}$



x	y
0	0
1	1

x	y
0	2
2	0

3. $f(x) = x^2 - x - 6$

a) Para estudiar el crecimiento y decrecimiento realizamos la primera derivada

$f'(x) = 2x - 1 = 0 \to x = \frac{1}{2}$

Así el punto en el que puede cambiar la tendencia de la función es $x = \frac{1}{2}$ y observamos el signo de la derivada

	(-∞, 1/2)	(1/2, ∞)
f´ (x)	—	+
f (x)	decreciente	creciente

b) Puntos críticos → Según hemos visto en el apartado anterior nos encontramos un mínimo en $x = \frac{1}{2}$

f´(1/2)=-25/4 mínimo $\left(\frac{1}{2}, -\frac{25}{4}\right)$

f´´(x)=2 no hay puntos de inflexión

c) Ecuación de la recta tangente en $x_0 = 2$
$y = f(x_o) + f'(x_o) . (x - x_0)$
$f'(x) = 2x - 1$
$f(2) = -4$
$f'(2) = 3$
$y = -4 + 3 . (x - 2) \rightarrow y = -4 + 3x - 6 \rightarrow y = 3x - 10$

4. a) El espacio muestral es:

$1 \rightarrow \begin{cases} C \rightarrow 1 + 1 = 2 \\ X \rightarrow 1 \end{cases}$

$2 \rightarrow \begin{cases} C \rightarrow 2 + 1 = 3 \\ X \rightarrow 2 \end{cases}$

$3 \rightarrow \begin{cases} C \rightarrow 3 + 1 = 4 \\ X \rightarrow 3 \end{cases}$

$4 \rightarrow \begin{cases} C \rightarrow 4 + 1 = 5 \\ X \rightarrow 4 \end{cases}$

$5 \rightarrow \begin{cases} C \rightarrow 5 + 1 = 6 \\ X \rightarrow 5 \end{cases}$

$6 \rightarrow \begin{cases} C \rightarrow 6 + 1 = 7 \\ X \rightarrow 6 \end{cases}$

b) $P(5) = \frac{Casos\ favorables}{Casos\ totales} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$
Casos favorables = $(5, X)\ y\ P(4, C)$
Casos totales = 12