

UNED

PRUEBA DE ACCESO PARA MAYORES DE 25 AÑOS

MATEMÁTICAS II**SEPTIEMBRE 2010**

(ACIERTO +1, ERROR -0,25, SIN CONTESTAR 0)

1. El valor de

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4(1 - \cos x)}{x}$$

es:

- a) 1
- b) 2
- c) 0
- d) ∞

Respuesta c

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4(1 - \cos x)}{x} = \frac{0}{0} = \text{indeterminación}$$

Aplicamos la regla de L'Hôpital:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4(1 - \cos x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4(\sin x)}{1} = 0$$

2 El valor de la integral

$$\int_2^6 \frac{1}{x+2} dx$$

es:

- a) $\log 2$
- b) 2
- c) $\text{arc tg } 8 - \text{arc tg } 4$
- d) $\text{tg } 8 - \text{tg } 4$

respuesta b

$$\int_2^6 \frac{1}{x+2} dx = \ln|x+2| \Big|_2^6 = \ln 8 - \ln 4 = \ln \frac{8}{4} = \ln 2$$

2. ¿Para qué valor de a la función

$$f(x) = \begin{cases} x + 1, & x < 3 \\ x^2 + ax, & x \geq 3 \end{cases}$$

es continua en todo \mathbb{R} ?

a) $-\frac{5}{3}$

b) 0

c) 1

d) 3

Como cada tramo es continuo en \mathbb{R} estudiamos la continuidad en el punto en el que cambia el tramo, es decir en $x=3$

Para que una función sea continua tiene que cumplirse que $f(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$

$$f(3) = 3^2 + a3 = 9 + 3a$$

Si igualamos las condiciones resulta $9 + 3a = 4; a = -\frac{5}{3}$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} x + 1 = 4$$

Por tanto $f(x)$ será continua en $x = 3$ si $a = -\frac{5}{3}$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} x^2 + ax = 9 + 3a$$

Respuesta a

4. La función $f(x) = (x - 7)^3 + 1$ verifica:

a) En $x=7$ tiene un máximo

b) En $x=7$ tiene un punto de inflexión

c) En $x=7$ tiene un mínimo

d) Es discontinua en $x=6$

Respuesta b) Tiene un PUNTO DE INFLEXIÓN en $x=7$.

$$f'(x) = 3(x - 7)^2 = 0 \Rightarrow (x - 7)^2 = 0 \Rightarrow x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7$$

$$f''(x) = 6(x - 7) \Rightarrow f''(7) = 6(7 - 7) = 0$$

No es máximo ni mínimo

$$f'''(x) = 6$$

$f'''(7) = 6$ es un punto de inflexión.

5. Una mano de mus consta de 4 cartas del conjunto de 40 cartas de la baraja española.

¿Cuántas manos de mus contienen 2 oros y 2 copas?

- a) 2025
- b) 1000
- c) 165
- d) 6125

No influye el orden y son combinaciones de 10 elementos tomados de 2 en 2.

Formas de extraer 2 oros de entre 10 oros de la baraja $\binom{10}{2}$

Formas de extraer 2 copas de entre 10 copas de la baraja $\binom{10}{2}$

Extraer 2 oros y 2 copas: $\binom{10}{2}\binom{10}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1} \cdot \frac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1} = 45 \cdot 45 = 2025$

Respuesta a

6. La derivada de la función $f(x) = x^2 e^{-x}$ es:

- a) $f'(x) = 2x e^{-x}$
- b) $f'(x) = (2x - x^2) e^{-x}$
- c) $f'(x) = -\frac{x^3}{3} e^{-x}$
- d) $f'(x) = 2x + e^{-x}(-1)$

$$f'(x) = 2x(e^{-x}) + x^2(-1)e^{-x} = \frac{2x - x^2}{e^x} = (2x - x^2)e^{-x}$$

Respuesta b

7. Sea α el ángulo que forman las rectas $r \equiv x - 3 = 0$ y $s \equiv x - y + 2 = 0$

Entonces el $\cos \alpha$ vale:

- a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- c) $\frac{2\sqrt{3}}{2}$
- d) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

El vector director de r es $\vec{v}(0,1)$ y el vector director de s es $\vec{u}(1,1)$

$$\cos \alpha = \frac{(0,1)(1,1)}{1 \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

8. Una solución (x_1, y_1, z_1) del sistema

$$\begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ 3x + y + 3z = -2 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

verifica:

a) $x_1 = 6; y_1 = -4; z_1 = -3$

b) $x_1 \leq 2; y_1 \leq -2; z_1 \leq 1$

c) $x_1 - z_1 = 9$

d) $y_1 - z_1 = 5$

Respuesta c

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 3 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ y } A' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & 3 & -2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Estudiamos el $\text{rg}(A)$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 3 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 1 \neq 0 \quad \text{por tanto } \text{rg}(A)=3$$

$\text{rg}(A)=\text{rg}(A')=3$, por tanto $\forall a$ el sistema es Compatible Determinado.

Para resolver el sistema utilizamos Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{6}{1} = 6$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 3 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{-11}{1} = -11$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{-3}{1} = -3$$

Solución del sistema: $(6, -11, -3)$, por tanto $x_1 - z_1 = 9$

9. La parte real del complejo $\frac{(3+2i)+i^{21}}{i^{147}(1-i^7)}$ es:

a) $-\frac{1}{2}$

b) 0

c) $-\frac{3}{2}$

d) 1

Respuesta b)

Dividimos 21 entre 4 y nos quedamos con el resto, por tanto $i^{21} = i^1 = i$ Dividimos 147 entre 4 y nos quedamos con el resto, por tanto $i^{147} = i^3 = -i$

Dividimos 7 entre 4 y nos quedamos con el resto, por tanto $i^7 = i^3 = -i$ Por

tanto

$$\frac{(3+2i)+i^{21}}{i^{147}(1-i^7)} = \frac{(3+2i)+i}{-i(1+i)} = \frac{3+3i}{1-i} = \frac{(3+3i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{6i}{2} = 3i$$

La parte real de este número complejo es 0, ya que se trata de un número "imaginario puro".

10. ¿Para qué valores de b y c los vectores $u = (1, -2b, 2)$ y $v = (3, -1, -4c)$ son linealmente dependientes?

a) $b = \frac{1}{6}; c = -\frac{3}{2}$

b) $b = \frac{2}{3}; c = -\frac{1}{3}$

c) $b = -\frac{1}{6}; c = -\frac{4}{3}$

d) $b = \frac{3}{4}; c = -\frac{1}{3}$

Para que sean linealmente dependientes tienen que ser directamente proporcionales

$$\frac{1}{3} = \frac{-2b}{-1} = \frac{2}{-4c}$$

De donde obtenemos $b = \frac{1}{6}$ y $c = -\frac{3}{2}$

Respuesta a)