UNED ASIS Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales modelos de examen 2021

PARTE 1.- CUESTIONES

El alumno debe contestar a 8 de las 12 cuestiones siguientes. Si contesta un número mayor de 8 sólo serán tenidas en cuenta las 8 primeras.

1.- Dada una matriz A cuadrada, se dice que es antisimétrica si se cumple:

a) Cualquier matriz cuadrada que no sea simétrica, es antisimétrica.
b) La matriz A es igual a su matriz traspuesta, $A = A^T$.
c) Ninguna de las anteriores.

Una matriz antisimétrica debe cumplir $A=-A^t$.

Respuesta c) Ninguna de las anteriores.

2.- Una matriz A es diagonal si se cumple que:

a) Es cuadrada y los elementos no pertenecientes a la diagonal principal son todos iguales a 1.
b) Todos los elementos de la diagonal principal son 1.
c) Ninguna de las anteriores.

Es cuadrada y todos los elementos no pertenecientes a la diagonal principal, son todos iguales a 0 mientras que los de la diagonal principal son libres.

Respuesta c) Ninguna de las anteriores.

3.- Dadas dos matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, el resultado de hacer $2A^T - 3B$ es:

a) $\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 9 \end{pmatrix}$ b) No es posible realizar las operaciones solicitadas. c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -9 \end{pmatrix}$

$$2 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -9 \end{pmatrix}$$

Respuesta

c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -9 \end{pmatrix}$

4.- Dada la siguiente inecuación $4x - 5 + 3x \leq x - 4 + 3x$. Los puntos $x = 1$ y $x = 2$ son:

a) Ambos valores son solución de la inecuación
b) Ninguno de los valores es solución de la inecuación
c) El valor $x = 1$ no es solución y el valor $x = 2$ es solución de la inecuación

Sustituyendo

$4 \cdot 1 - 5 + 3 \cdot 1 \leq 1 - 4 + 3 \cdot 1 \Rightarrow 2 \leq 0$ FALSO

$4 \cdot 2 - 5 + 3.2 \leq 2 - 4 + 3 \cdot 2 \Rightarrow 9 \leq 4$ FALSO

Respuesta:

b) Ninguno de los valores es solución de la inecuación

5.- ¿Cuál es el valor del siguiente límite $\lim_{x\to 4^+}\left(\frac{4}{x^2-16}\right)$?

a) $+\infty$. b) $-\infty$. c) El límite no existe.

$$\lim_{x\to 4^+}\frac{4}{x^2-16}=\frac{4}{0^+}=+\infty$$

Respuesta a) +∞

6.- Dadas las funciones $f(x) = 2e^{2x}$, y $g(x) = 3e^{3x}$, calcular $(f(x)\cdot g(x))'$

a) $30e^{5x}$. b) $6e^{5x}$. c) No se puede calcular la derivada.

$$(f\cdot g)' = f'\cdot g + g'f = 4e^{2x}\cdot 3e^{3x} + 2e^{2x}\cdot 9e^{3x} = 12e^{5x} + 18e^{5x} = 30e^{5x}$$

Respuesta:

a) $30e^{5x}$

7.- La función $f(x) = \frac{x^2}{x+3}$ tiene un máximo en el punto:

a) $x = 0$. b) $x = -6$. c) No tiene máximos en esos puntos.

$$f'_{(x)} = \frac{2\times(x+3)-1\cdot x^2}{(x+3)^2} = \frac{2x^2+6x-x^2}{(x+3)^2} = \frac{x^2+6x}{(x+3)^2}=0$$

$$x^2 + 6x = 0$$

x(x+6)=0 x=0 x=-6 son los posibles máximos o mínimos

x=-6 es un máximos

respuesta b) x=-6

8.- Hallar $\int\left(3e^x + \left(\frac{1}{x}\right)\right)dx$

a) $3e^x + \ln(x) + C$ b) $3e^x + x^2 + C$ c) No es posible calcular la integral

$$\int\left(3e^x+\frac{1}{x}\right)dx = 3e^x + ln|x| + C$$

Respuesta:

a) $3e^x + \ln(x) + C$

9.- De una urna con cuatro bolas blancas y dos negras se extraen al azar, sucesivamente y sin reemplazamiento dos bolas. La probabilidad de que las dos bolas extraídas sean negras es

a) **2/5**. b) **1/15**. c) **2/6**.

$$p(N,\cap N_2)=\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{15}$$

Respuesta:

b) **1/15**.

10.- Se ha estudiado el número de usuarios de tres plataformas de contenidos digitales cuyos valores vienen resumidos en la siguiente tabla en función de su edad:

	Netvision	Hbsion	Moviplus	TOTAL
Menos de 30 años	320	310	125	755
Mas de 30 años	410	245	180	835
Total	730	555	305	1590

La probabilidad de que, elegido un usuario al azar entre los menores de 30 años, sea usuario de Hbsion es:

a) **0,4106**. b) **0,5586**. c) **0,2934**.

$$p\left(^{H}/_{-30}\right)=\frac{p(H\cap -30)}{p(-30)}=\frac{\frac{310}{1590}}{\frac{755}{1590}}=\frac{310}{755}=0{,}4106$$

Respuesta a) 0,4106

11.- Si el peso medio de los chicos de 14 años de una ciudad está entre 51 y 54 kilos. Podemos afirmar que el error máximo cometido al estimar el peso medio de los estudiantes es

a) $\boldsymbol{E=1,5}$. b) $\boldsymbol{E=3}$. c) $\boldsymbol{E=2,5}$.

$$\begin{cases}51=\bar{x}-E\\54=\bar{x}+E\end{cases}$$

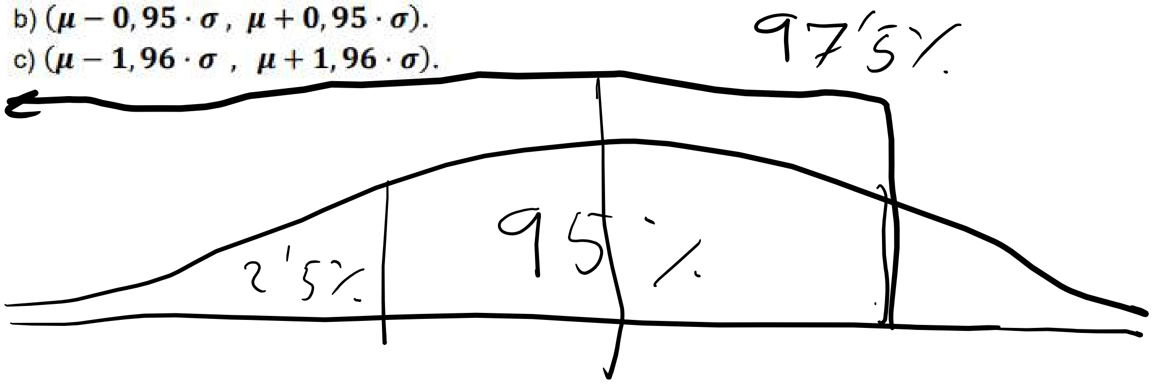
Restándolas:

3=2E; E=1,5

Respuesta a) E=1,5

12.- En una distribución, $\boldsymbol{N(\mu,\sigma)}$ el intervalo característico correspondiente a una probabilidad $\boldsymbol{p=1-\alpha}$ es $\left(\boldsymbol{\mu-Z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sigma\,,\mu+Z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sigma}\right)$ por tanto, para el **95%** el intervalo vendrá dado por:

a) $(\boldsymbol{\mu-0,05\cdot\sigma\,,\ \mu+0,05\cdot\sigma})$.
b) $(\boldsymbol{\mu-0,95\cdot\sigma\,,\ \mu+0,95\cdot\sigma})$.
c) $(\boldsymbol{\mu-1,96\cdot\sigma\,,\ \mu+1,96\cdot\sigma})$.



Sustituyendo 0,975 en la tabla obtenemos:

$$z_{\alpha/2} = 1{,}96$$

Respuesta:

c) $(\mu - 1{,}96 \cdot \sigma \ , \ \mu + 1{,}96 \cdot \sigma)$.

PARTE 2.- PROBLEMAS

El alumno debe contestar a 2 de los 3 problemas siguientes. Si contesta un número mayor de 2 sólo serán tenidos en cuenta los problemas 1 y 2.

1.- Representar la región factible dada por las siguientes inecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + 2y \leq 6 \\ x \geq 2 \\ 3x - 6y \geq 0 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$

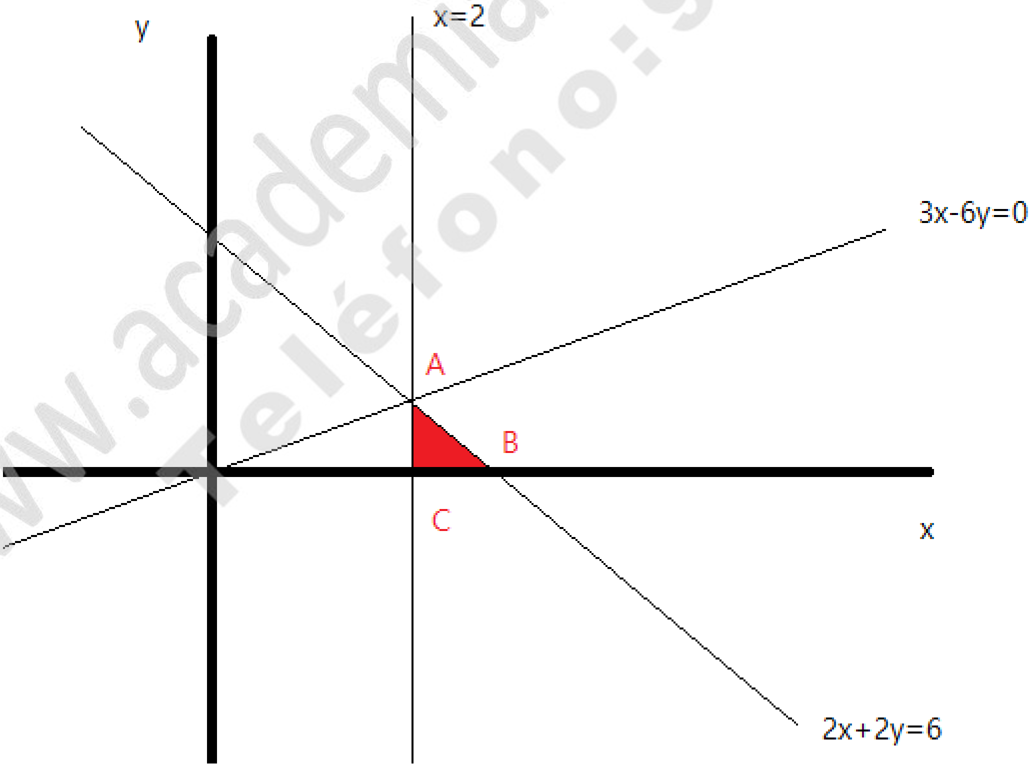
a) Hallar los puntos de la región factible en los cuales estarían los posibles extremos de una función cualquiera.
b) Indicar las condiciones redundantes si las hay
c) Sabiendo que la función $Z = 3x + 5y$ representa el número de pedidos y el conjunto de inecuaciones anterior son las condiciones, calcular si es posible, el número máximo y mínimo de pedidos que se pueden realizar.

2x+2y=6

x	y
0	3
3	0

3x-6y=0

x	y
0	0
2	1



a) Los posibles extremos son:

A) X=2
3X-6Y=0
6-6Y=0; Y=1
A(2,1)

B) 2x+2Y=6
Y=0; 2X=6; X=3
B(3,0)
C(2,0)
Z=3x+5y

b) x≥ 0 es una inecuación redundante

c)

Z(A)=3·2+5·1=11

Z(B)= 3·3+5·0=9

Z(C)= 3·2+5·0=6

El número máximo de pedidos es 11.

El número mínimo de pedidos es 6.

2.- Determinar el valor de k y de q para que la función sea continua en todos sus puntos

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \in (-\infty, 2] \\ 2kx & x \in (2, 4] \\ q + x & x \in (4, +\infty) \end{cases}$$

a) Estudiar la continuidad de la función en cada intervalo

b) Hallar el valor de k, para que la función sea continua en el punto $x = 2$

c) Hallar el valor de q, una vez hallado el de k, para que la función sea continua en el punto $x = 4$

a) Si x<2 f(X) es continua por ser un polinomio
Si 2<x<4 f(X) es continua por ser un polinomio
Si x>4 f(X) es continua por ser un polinomio

b) $\lim\limits_{x\to 2^-} x^2 = 4$
$\lim\limits_{x\to 2^+} 2kx = 4k$
f(2)=4k
4k=4
k=1

c) $\lim\limits_{x\to 4^-} 2kx = 8$
$\lim\limits_{x\to 4^+} q + x = q + 4$
f(4)=8k=8
q+4=8
q=4

3.- Un club deportivo va a presentarse a una competición en la que se clasificará para la siguiente fase si la puntuación media obtenida por los deportistas es superior a 24 puntos. La distribución de los puntos obtenidos por los equipos sigue una distribución normal de media 25 con una desviación típica de 5 puntos.
a) ¿Qué probabilidad de clasificarse tiene el club si se presenta un equipo formado por 15 deportistas?
b) ¿Y si el equipo lo forman 25 deportistas?
c) ¿Qué equipo será seleccionado para participar?

$$\bar{x} \sim N\left(\mu; \frac{\sigma}{\sqrt{N}}\right) \Rightarrow \bar{x} \sim N\left(25; \frac{5}{\sqrt{n}}\right)$$

a) $\bar{x} \sim N\left(25; \frac{5}{\sqrt{15}}\right) \rightarrow \bar{x} \sim N(25; 1{,}29)$
   P$((\bar{x} > 24) = p\left(z > \frac{24-25}{1{,}29}\right) = p(z > -0.78) = p(z < 0{,}78) = 0{,}7823$
b) $\bar{x} \sim N\left(25; \frac{5}{\sqrt{25}}\right) \rightarrow \bar{x} \sim N(25; 1)$
   P$((\bar{x} > 24) = p\left(z > \frac{24-25}{1}\right) = p(z > -1) = p(z < 1) = 0{,}8413$
c) Seleccionaremos mejor un equipo formado por 25 deportistas ya que es más probable que pasemos a la siguiente fase.