OPCIÓN A 1

a) Para que el determinante sea nulo debemos primero hacer

$$|A-2B|=\left|\begin{bmatrix} K & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 3 \end{bmatrix}\right| = \begin{vmatrix} K-2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ -8 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$|A-2B| = 2k - 29 = 0 \Rightarrow k = \frac{29}{2}$$

b)

$C^t \cdot C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ LA matriz C no tiene inversa por no ser cuadrada

$$|C^t \cdot C| = 3$$

$$(C^t \cdot C)^t = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$((C^t \cdot C)^t)^{adj} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(C^t \cdot C)^{-1} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

2

a)

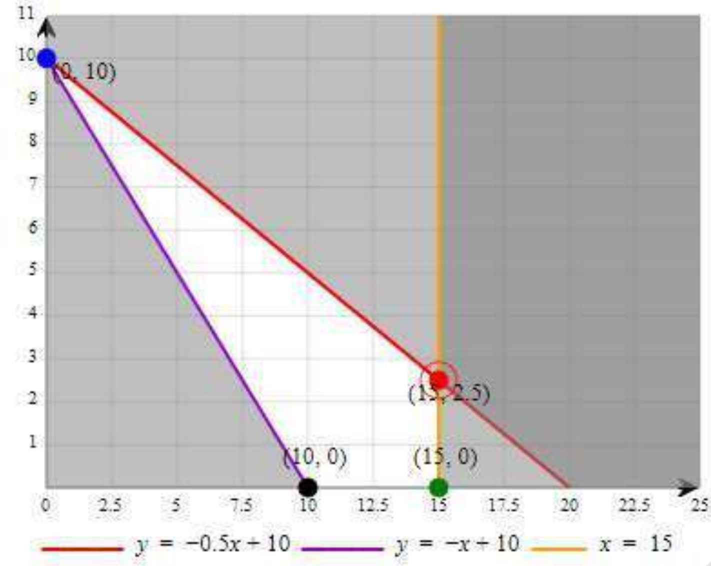
$$\text{Max } Z = 25X + 12Y$$

$$0 \le x \le 15$$

$$x + y \ge 10$$

$$X + 2y \le 20$$

$$y \ge 0$$



Los vértices son los cortes entre las rectas

A(puno negro)=(10,0)

B(punto verde)=(15,0)

C(punto rojo)=(15,2.5)

D(punto azul)=(0,10)

b) Sabiendo que el beneficio según los datos del problema viene dado por la función

f(x,y)=25x+12y f(A)=250

f(B)=375

f(C)=405 -> Es te es el máximo. Hay que preparar 15 litros de helado y 2.5 litros de horchata con un beneficio de 405€ f(D)=120

3. El enunciado nos da la derivada de la función f'(x)=$2x^2$-4x-6

a) Para determinar una función a partir de la derivada sabemos que

$$f(x) = \int f'(x)dx = \int (2x^2 - 2x - 6)\,dx = \frac{2}{3}x^3 - x^2 - 6x + C$$

Si pasa por (0,3)

$$f(0) = 3 \Rightarrow \frac{2}{3} \cdot 0^3 - 0^2 - 6 \cdot 0 + C = 3 \Rightarrow C = 3$$

$$f(x) = \frac{2}{3}x^3 - x^2 - 6x + 3$$

b) Para determinar el máximo y el mínimo al conocer la derivada

f'(x)=2x^2-4x-6=0 x=3; x=-1

$(-\infty,-1)$	(-1,3)	$(3,\infty)$
f'(x)>0	f'(x)<0	f'(x)>0
Crece	Decrece	Crece

Para determinar los extremos realizamos f''(x)=4x-4

f''(-1)<0 Máximo (-1,19/3) f''(3)>0 Mínimo (3,-15) la

concavidad y la convexidad la estudiamos en f''(x)

$$f''(x) = 4x - 4 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$(-\infty, 1)$	$(1, \infty)$
f''(x)<0	f''(x)>0
∩	∪

4.

P(A)=0.6

P(B)=0.8

P(A∩ $\bar{B}$)=0.1

a) P(A/$\bar{B}$) $= \frac{p(A\cap\bar{B})}{P\bar{B}} = \frac{0,1}{1-0,8} = 0,5$

Como P(A/$\bar{B}$) no es igual a P(A) podemos decir no son independientes

b)

P(A∩ $\bar{B}$) $= P(A) - P(A \cap B) = 0.6 - P(A \cap B) = 0.1 \Rightarrow P(A \cap B) = 0.5$

P(A∪ $B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.6 + 0.8 - 0.5 = 0.9$

5.

La variable X sigue una distribución Normal de media desconocida y varianza 49

Como $\sigma_x{}^2 = 49 \Rightarrow \sigma_x = 7$

La muestra es de tamaño 64 con que n=64 y sobre esa muestra se observa una media muestral de 34

$$1-\alpha = 0.992 \Rightarrow \alpha = 0.008 \Rightarrow \frac{\propto}{2} = 0.004 \Rightarrow 1-\frac{\propto}{2} = 0.996 \Rightarrow Z_{\alpha/2} = 2.65$$

E(error)= $Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.65 \cdot \frac{7}{8} = 3.21875$

IC= $(\bar{x}-E, \bar{x}+E) = (34-3.21875, 34+3.21578) = (31.68125, 36.31875)$

b) $1-\propto = 0{,}95 \rightarrow \alpha = 0{,}05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0{,}025 \rightarrow 1\text{-}\frac{\alpha}{2} = 0{,}975 \Rightarrow Z_{\alpha/2} = 1.96$

OPCIÓN B

1.

$$-x+y+z=0$$
$$x+my-z=0$$
$$x-y-mz=0$$

El sistema es homógeneo por lo que basta con encontrar el rango de la matriz del sistema para averiguar si es SCD o SCI

Sabemos que un rango máximo daría un SCD con solución trivial (0,0,0) por lo que estudiaremos los casos en el que el rango no es máximo. Por tanto, aquellos donde el determinante de la matriz del sistema sea nulo

$$A=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 1\\ 1 & m & -1\\ 1 & -1 & -m\end{pmatrix} \Rightarrow |A|=m^2-1=0 \Rightarrow m=\pm 1$$

Si m $\neq$ ± 1 Sólo tiene solución trivial.

Para $m=1$ *el rango de A es igual a 2 con loque tendrá infinitas soluciones*

$|A|$ =0

$$\begin{vmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{vmatrix} \neq 0$$

Para $m=$ -1 *el rango de A es igual a 2 con loque tendrá infinitas soluciones*

$|A|$ =0

$$\begin{vmatrix}1 & 1\\ -1 & 1\end{vmatrix} \neq 0$$

b)

Si m=1 es un SCI lo resolvemos por Cramer

$-x+y+z=0$
$x+1y-z=0$
$x-y-1z=0$

z=t
$-x+y+z=0$
$x+y-z=0$

$-x+y=-t$
$x+y=t$

Sumando

2y=0→y=0→-x=-t→x=t

2.

$$f(x) = \frac{8}{x^2+4}$$

a) Para estudiar crecimiento y decrecimiento derivamos la función

$$f^1_{(x)} = \frac{0\cdot(x^2+4)-2x\cdot 8}{(x^2+4)^2} = \frac{-16x}{(x^2+4)^2}$$

$(-\infty, 0)$	$(0, \infty)$
f'(x)>0	f'(x)<0
crecimiento	Decrecimiento

Asíntotas

Asíntota horizontal

$$y = \lim_{x\to\infty} \frac{8}{x^2+4}$$

y=0

Asíntota vertical : no existe pues el dominio de la función son todos los reales.

b)

La recta tangente a la función en x=2 tiene como expresión

$$y - f(2) = f'(2)(x-2)$$

f(2)=1; f'(2)=-1/2

$$y - 1 = -\frac{1}{2}(x-2)$$

3. f(x)=$\begin{cases} e^x + k & x \le 0 \\ 1 - x^2 & 0 < x \le 3 \\ \frac{1}{x-3} & x > 3 \end{cases}$

a) Estudiamos la continuidad en x=0 y en x=3 pues las funciones son continuas en la definición de su dominio En x=0

f(0)=1+k

$\lim_{x\to 0^+} 1 - x^2 = 1$

$\lim_{x\to 0^-} e^x + k = 1 + k$

Para que sea continua en x=0

1+k=1

K=0

En x=3

f(3)=1-9=-8

$\lim_{x\to 3^-} 1-x^2=1$

$\lim_{x\to 3^+} \frac{1}{x-3}=\infty$

Si k=0 la función es continua en $\mathbb{R}-\{3\}$

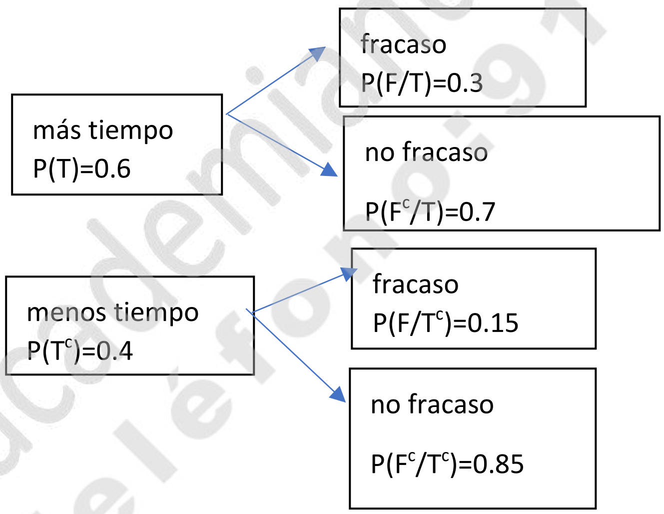
Si k≠0 la función es continua en $\mathbb{R}-\{0,3\}$ b)

A=$\int_{-1}^{0} e^x dx+\int_0^1(1-x^2)dx$=$e^x|_{-1}^{0}+x-\frac{x^3}{3}\Big|_0^1=e^0-e^{-1}+1-\frac{1}{3}-\left(0-\frac{0}{3}\right)=2-\frac{1}{e}-\frac{1}{3}$
A=$-\frac{1}{e}+\frac{5}{3}u^2$

4

a) Probabilidades totales P(T)=0.6 P(T^c)=0.4

P(F/T)=0.3 P(F/T^c)=0.15



P(F)=P(T)· P(F/T)+ P(T^c)· P(F/T^c)=0.6·0.3+0.4·0.15=0.24

a) Teorema de Bayes

$$p\left(T^c/_F\right)=\frac{p(T^c\cap F)}{pF}=\frac{0,4\cdot 0,15}{0.24}=0,25$$

5.

La variable X es una normal con media desconocida y desviación típica 1.5

a) La amplitud es del doble del error

$$A=2E \rightarrow E=0.245$$

$$1-\propto= 0,95 \rightarrow \alpha = 0,05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025 \rightarrow 1\text{-}\frac{\alpha}{2} = 0,975 \Rightarrow Z_{\alpha/2} = 1.96$$

$$0.245 = Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \cdot \frac{1.5}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 144$$

b)

$\bar{x} \sim N\left(\mu: \frac{\sigma}{\sqrt{N}}\right)$ $\bar{x} \sim N\left(6; \frac{1,5}{\sqrt{225}}\right)$ $\bar{x} \sim N(6; 0,1)$

$P(\bar{X} > 5.75) = P\left(Z > \frac{5,75-6}{0,1}\right) = P\,(Z > -2,5) = P(Z < 2.5) = 0.9938$