OPCION A

Ejercicio 1

a) Si A es la matriz inversa de B

$$A^{-1} = B \Rightarrow B \cdot A = A \cdot B = I$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 8 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -8 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

A es la inversa de B y viceversa

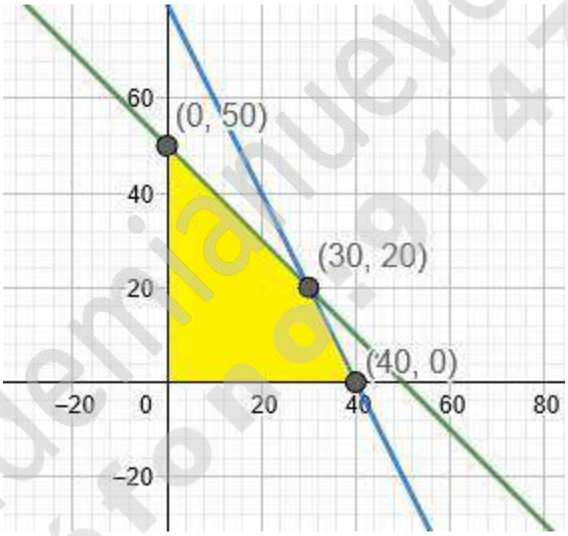
b)

$$A \cdot X = B \Rightarrow X = A^{-1} \cdot B = B \cdot B = B^2$$

$$X = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -8 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -8 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & -6 \\ -48 & 17 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 2

Creamos la región factible a partir de las rectas y calculamos los vértices:



b) El valor Máximo de la función f(x,y)=5x+4y

f(0,50)=200 f(30,20)=230 f(40,0)=200

El máximo es (30,20) y vale 230

Ejercicio 3

a) $f(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{x-1} x \leq 2 \\ \frac{3x^2-2x}{x+2} x > 2 \end{cases}$

x

La función no existe en x=1 pues el denominador se anula

Estudiamos la continuidad en x=2

$$\lim_{x\to 2^-} \frac{x+2}{x-1} = \frac{2+2}{2-1} = 4$$

$$\lim_{x\to 2+} \frac{3x^2-2x}{x+2} = \frac{3\cdot 2^2 - 2\cdot 2}{2+2} = 2$$

$$f(2) = \frac{2+2}{2-1} = \frac{4}{1} = 4$$

La función no es continua en x=2

b) Si x<2

$$f'_{(x)} = \frac{-3}{(x-1)^2}$$

Ejercicio 4

"Billetes de transporte" =75%

"Reserva de hotel" =80%

"transporte y hotel" =65%

a)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.75 + 0.8 - 0.65 = 0.9$$

b)

$$P(^{A}/B) = \frac{p(A\cap B)}{pB} = \frac{0,65}{0,8} = 0.8125$$

Ejercicio 5

a) Estimamos el número o tamaño de la muestra para el error de 0.25

$$\sigma = 0.5$$

$$Z_{\alpha/2} = 1.96$$

$$n = \left(Z_{\alpha/2}\frac{0.5}{0.25}\right)^2 = 15.35 \approx 16$$

b)

La distribución de la media muestras por el teorema central del limite

$$N\left(12,\frac{0.5}{\sqrt{25}}\right) = N(12{,}0.1)$$

$$p(\bar{x} > 12{,}25) = 1 - p(\bar{x} < 12{,}25)$$

$$= 1 - p\left(z \leq \frac{17{,}25 - 12}{0{,}1}\right) =$$

1-0.9938=0,0062

OPCION B

Ejercicio 1

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ a & 1 & a-1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ $A^* = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 & 1 \\ a & 1 & a-1 & a \\ 1 & 1 & 1 & a+1 \end{pmatrix}$

$$|A| = -a + 1 = 0 \Rightarrow a = 1$$

Si a≠1 rango(A)=rango(A*)=3 SCD

Si a=1

$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ $A^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow$Rango(A)=2

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow RA^* = 3$$

Rango(A)≠rango(A*) Sistema incompatible

b) Si a=3 SCD Resolvemos por Cramer

$$|A| = -2$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} .1 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{-2} = -\frac{13}{2}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 1 \end{vmatrix}}{-2} = -\frac{3}{2}$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 4 \end{vmatrix}}{-2} = 12$$

<u>Ejercicio 2</u>

a)

$$f(x) = \frac{x^3}{(x+1)^2}$$

$$Dom f = \mathbb{R} - \{-1\}$$

Asíntota Horizontal

$$y = \lim_{x \to \infty} \frac{x^3}{(x+1)^2} = \infty$$

$$y = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^3}{(x+1)^2} = -\infty$$

No tiene asíntota horizontal

Asíntota Vertical

$$\lim_{x \to -1^-} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \to -1^+} f(x) = -\infty$$

Hay una asíntota vertical en x=-1

$Asintota\ Oblicua$

$$y = mx + n$$

$$m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^3}{x(x+1)^2} = 1$$

$$n = \lim_{x\to\infty} f(x) - m \cdot x = \lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^3}{(x+1)^2} - 1 \cdot x \right) = \lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^3 - x \cdot (x^2 + 2x + 1)}{(x+1)^2} \right)$$

$$n = \lim_{x\to\infty} \left(\frac{-2x^2 - x}{(x+1)^2} \right) = -2$$

$$y = x - 2$$

b)

$$f'_{(x)} = \frac{3x^2(x+1)^2 - 2(x+1) \cdot x^3}{(x+1)^4} = \frac{3x^2(x+1) - 2x^3}{(x+1)^3} = \frac{x^3 + 3x^2}{(x+1)^3}$$

$$\frac{x^3 + 3x^2}{(x+1)^3} = 0 \Rightarrow$$

$$x^3 + 3x^2 = 0$$

$$x^2(x+3) = 0$$

X=0

X=-3

	(-∞,-3)	(-3,-1)	(-1,0)	(0,∞)
f'(x)	+	-	+	+
f(x)	Crece	Decrece	Crece	Crece

Ejercicio 3

a)

Calculamos los puntos de corte con el eje OX

$$2x^3-5x^2+3x=0 \Rightarrow x(x-1)(2x-3)=0 \Rightarrow x=0;\ x=1;\ x=3/2$$

Evaluamos la función para ver si es positiva o negativa entre esos valores:

	(0,1)	(1,3/2)
f(x)	+	-

$$A=\int_0^1 (2x^3-5x^2+3x)\,dx+\int_1^{3/2}(-2x^3+5x^2-3x)\,dx=$$

$$=\left[\frac{X^4}{2}-\frac{5X^3}{3}+\frac{3x^2}{2}\right]_0^1+\left[-\frac{X^4}{2}+\frac{5X^3}{3}-\frac{3X^2}{2}\right]_1^{3/2}=$$

$$\frac{1}{2}-\frac{5}{3}+\frac{3}{2}-\frac{81}{32}+\frac{45}{8}-\frac{27}{8}+\frac{1}{2}-\frac{5}{3}+\frac{3}{2}=\frac{37}{96}u^2$$

b) La recta tangente es:

$$y-f(0)=f'(0)(x-0)$$

$$y-0=3(x)$$

$$y=3x$$

<u>Ejercicio 4</u>

$P(H)=0.7$

$P(M)=0.3$

$$p(T/_H)=0{,}8P(T/_M)=0{,}7$$

a)

$$P(T)=P(H)\cdot p(T/_H)+P(M)\cdot P(T/_M)=0.7\cdot 0.8+0.3\cdot 0.7=0.56+0.21=0.77$$

b) $p(H/_T)=\frac{p(H\cap T)\cdot}{pT}=\frac{0{,}7.0{,}8}{0{,}77}=0{,}73$

<u>Ejercicio 5</u>

a) n=40

$Z_{\alpha/2}=1.96$

$\sigma=20$

$\overline{X}=99.5$

$$Ic:\left(\tilde{x}\pm z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{N}}\right);\left(99{,}5\pm 1{,}96\cdot\frac{20}{\sqrt{40}}\right);(93{,}3;105{,}7)$$

b)

$$\bar{x} \sim N\left(\mu; \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right); \bar{x} \sim N\left(100; \frac{20}{\sqrt{10}}\right); \bar{x} \sim N(10; 6{,}3)$$

$$P\left(\overline{X} \in (100{,}110)\right) = P\left(100 < \overline{X} < 110\right) = P\left(\overline{X} < 110\right) - P\left(\overline{X} < 100\right) =$$

$$= P\left(Z < \frac{110-100}{6.32}\right) - P\left(z < \frac{100-100}{6.32}\right) = P(Z < 1.58) - P(z < 0) =$$

$$= 0.9429 - 0.5 = 0.4429$$