



UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS
OFICIALES DE GRADO

Curso **2015-2016**

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} k & -1 & 0 \\ -7 & k & k \\ -1 & -1 & k \end{pmatrix}$

a) Estúdiese para qué valores del parámetro real k la matriz A tiene inversa.

b) Determínese, para $k = 1$, la matriz X tal que $X \cdot A = Id$.

Nota: Id denota la matriz identidad de tamaño 3×3 .

Ejercicio 2. (Calificación máxima: 2 puntos)

Sea S la región del plano definida por

$$2x - y \geq 1; \quad 2x - 3y \leq 6; \quad x + 2y \geq 3; \quad x + y \leq 8; \quad y \leq 3.$$

a) Representétese la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

b) Obténganse los valores máximo y mínimo de la función $f(x, y) = 2x + y$ en la región S , indicando los puntos en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo.

Ejercicio 3. (Calificación máxima: 2 puntos)

Dada la función real de variable real definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x < 1, \\ \frac{ax + b}{x} & \text{si } 1 \leq x \leq 2, \\ \sqrt{x^3 + 1} & \text{si } x > 2. \end{cases}$$

a) Determínense los valores que deben tomar los parámetros a y b para que $f(x)$ sea continua en $x = 1$ y $x = 2$.

b) Calcúlese, para $a = 4$ y $b = -2$, el área del recinto acotado por la gráfica de $f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $x = 1$ y $x = 2$.

Ejercicio 4. (Calificación máxima: 2 puntos)

Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que $P(A) = 3/4$, $P(A | B) = 3/4$ y $P(B | A) = 1/4$.

a) Demuéstrase que A y B son sucesos independientes pero no incompatibles.

b) Calcúlese $P(\bar{A} | \bar{B})$.

Nota: \bar{S} denota el suceso complementario del suceso S .

Ejercicio 5. (Calificación máxima: 2 puntos) El tiempo, en minutos, que los empleados de unos grandes almacenes tardan en llegar a su casa se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media desconocida μ y desviación típica $\sigma = 5$.

a) Se toma una muestra aleatoria simple de 64 empleados y su media muestral es $\bar{x} = 30$ minutos. Determínese un intervalo de confianza al 95 % para μ .

b) ¿Qué tamaño mínimo debe tener una muestra aleatoria simple para que el correspondiente intervalo de confianza para μ al 99 % tenga una amplitud a lo sumo de 10 minutos?

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera el sistema de ecuaciones dependientes del parámetro real a :

$$\left. \begin{aligned} (a-1)x + y + z &= 1 \\ x + (a-1)y + (a-1)z &= 1 \\ x + az &= 1 \end{aligned} \right\}$$

- Discútase el sistema según los valores de a .
- Resuélvase el sistema para $a = 3$.

Ejercicio 2. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & \text{si } x < 0, \\ -x^2 + 3x & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

- Estúdiense la continuidad y derivabilidad de la función.
- Determinense los valores de $a \in \mathbb{R}$ para los cuales la pendiente de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = a$ es $m = -2$. Calcúlese, para cada valor de a obtenido, la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = a$.

Ejercicio 3. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real

$$f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 - 9}$$

- Calcúlense sus asíntotas.
- Determinense los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

Ejercicio 4. (Calificación máxima: 2 puntos)

Para efectuar cierto diagnóstico, un hospital dispone de dos escáneres, a los que denotamos como A y B. El 65 % de las pruebas de diagnóstico que se llevan a cabo en ese hospital se realizan usando el escáner A, el resto con el B. Se sabe además que el diagnóstico efectuado usando el escáner A es erróneo en un 5 % de los casos, mientras que el diagnóstico efectuado usando el escáner B es erróneo en un 8 % de los casos. Calcúlese la probabilidad de que:

- El diagnóstico de esa prueba efectuado a un paciente en ese hospital sea erróneo.
- El diagnóstico se haya efectuado usando el escáner A, sabiendo que ha resultado erróneo.

Ejercicio 5. (Calificación máxima: 2 puntos)

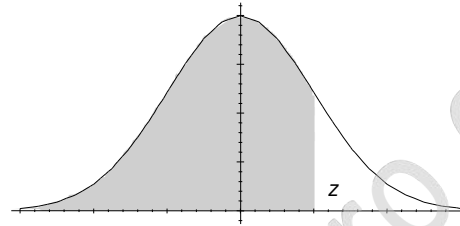
El tiempo, en meses, que una persona es socia de un club deportivo, se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media desconocida μ y desviación típica $\sigma = 9$.

- Se toma una muestra aleatoria simple de 100 personas que han sido socias de ese club y se obtuvo una estancia media de $\bar{x} = 8,1$ meses. Determinense un intervalo de confianza al 90 % para μ .
- Sabiendo que para una muestra aleatoria simple de 144 personas se ha obtenido un intervalo de confianza $(7,766; 10,233)$ para μ , determinense el nivel de confianza con el que se obtuvo dicho intervalo.

Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de z .



z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

ATENCIÓN: La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,25 puntos

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- Cálculo correcto del determinante.....0,75 puntos.
- Discusión y solución correcta0,25 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Determinación de la matriz X0,25 puntos.
- Obtención correcta de la matriz inversa.....0,75 puntos.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- Representación correcta de la región0,50 puntos.
- Obtención de los vértices0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Obtención del máximo y el valor máximo0,50 puntos.
- Obtención del mínimo y el valor mínimo0,50 puntos.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- Planteamiento correcto0,25 puntos.
- Cálculo correcto de los límites0,50 puntos.
- Cálculo correcto de los parámetros0,25 puntos.

Apartado (b): 1 punto

- Planteamiento correcto0,25 puntos.
- Cálculo correcto de la primitiva0,50 puntos.
- Cálculo del área0,25 puntos.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- Planteamiento correcto0,50 puntos.
- Cálculo correcto de la probabilidad pedida.....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Planteamiento correcto0,50 puntos.
- Cálculo correcto de la probabilidad pedida.....0,50 puntos.

Ejercicio 5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ 0,25 puntos.
- Expresión correcta de la fórmula del intervalo de confianza0,25 puntos.
- Determinación correcta del intervalo0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ 0,25 puntos.
- Expresión correcta de la fórmula del error0,25 puntos.
- Determinación correcta del tamaño mínimo de la muestra0,50 puntos.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- Cálculo correcto del determinante de A y de los valores críticos.....0,50 puntos.
- Discusión correcta0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Solución correcta del sistema1,00 punto.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- Planteamiento y estudio correcto de la continuidad.....0,50 puntos.
- Planteamiento y estudio correcto de la derivabilidad0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Planteamiento correcto0,50 puntos.
- Obtención correcta de los valores de a 0,25 puntos.
- Obtención correcta de las rectas tangentes.....0,25 puntos.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- Cálculo de las asíntotas verticales de f0,50 puntos.
- Cálculo de la asíntota horizontal de f0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Cálculo correcto de la derivada.....0,25 puntos.
- Determinación correcta de los puntos críticos0,50 puntos.
- Determinación correcta de los intervalos pedidos.....0,25 puntos.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- Planteamiento correcto0,50 puntos.
- Cálculo correcto de la probabilidad pedida.....0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Planteamiento correcto0,50 puntos.
- Cálculo correcto de la probabilidad pedida.....0,50 puntos.

Ejercicio 5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ 0,25 puntos.
- Expresión correcta de la fórmula del intervalo de confianza0,25 puntos.
- Determinación correcta del intervalo0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Planteamiento correcto0,25 puntos.
- Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ 0,25 puntos.
- Cálculo correcto del nivel de confianza0,50 puntos.

NOTA: La resolución de ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados.