Septiembre 2010-2011

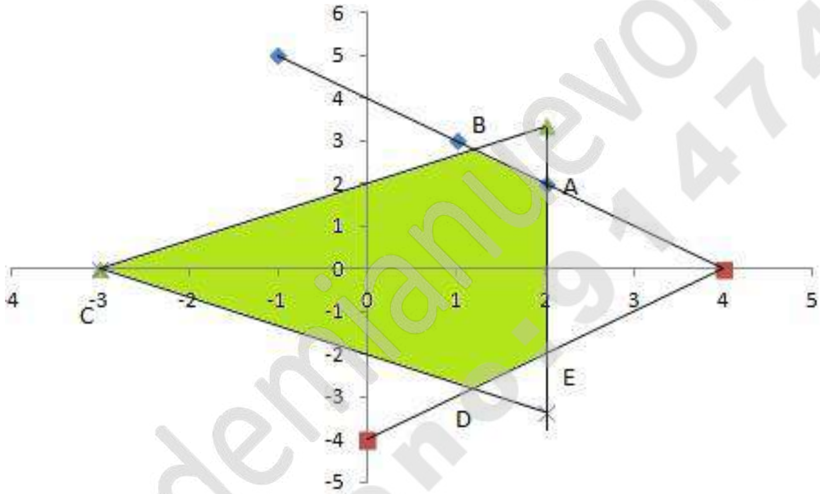
OPCION A

Problema nº1

a)

Para calcular los vértices de las rectas tendremos que hacer una tabla de datos. Una vez se representan las rectas se toman un punto de prueba para delimitar la región factible el (0,0).

$x+y<4$ $0<4$ se cumple. $x-$
$y<4$ $0<4$ se cumple
$2x+3y>-6$ $0>-6$ se cumple.
$2x-3y>-6$ $0>-6$ se cumple.
$x<2$ $0<2$ se cumple



Los vértices que observan son A(2,2) , C(-3,0), los punto B, D y E se calcula mediante un sistema de ecuaciones entre las rectas y se obtiene el punto B(6/5,14/5), E(2,-2), D(6/5,-14/5).

b)

Para calcular el máximo se sustituyen los valores de los vértices que se han obtenido anteriormente en la función a maximizar $f(x,y)=2x+y$.

	x	y	f(x,y)
A	2	2	6

B	1,2	2,8	5,2
C	-3	0	-6
D	1,2	-2,8	-0,4
E	2	-2	2

El vértice que maximiza la función es el vértice A.

Problema nº2

a)

Asíntotas horizontales:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+2x+1}{x^2+1} = \frac{\infty}{\infty} = 1$$

Asíntota horizontal en y=1

Asíntotas verticales:

$$\lim_{x\to a} \frac{x^2+2x+1}{x^2+1} = \infty$$

Los valores de x que hacen el cociente infinito son los que hacen el denominador 0:

No hay ningún valor de x que anulen el denominador por lo que no existen asíntotas verticales.

Asíntotas oblicuas

No existe asíntota oblicua porque hay asíntota horizontal.

b)

Dominio: x€R

Puntos de corte: A(0,1),B(-1,0)

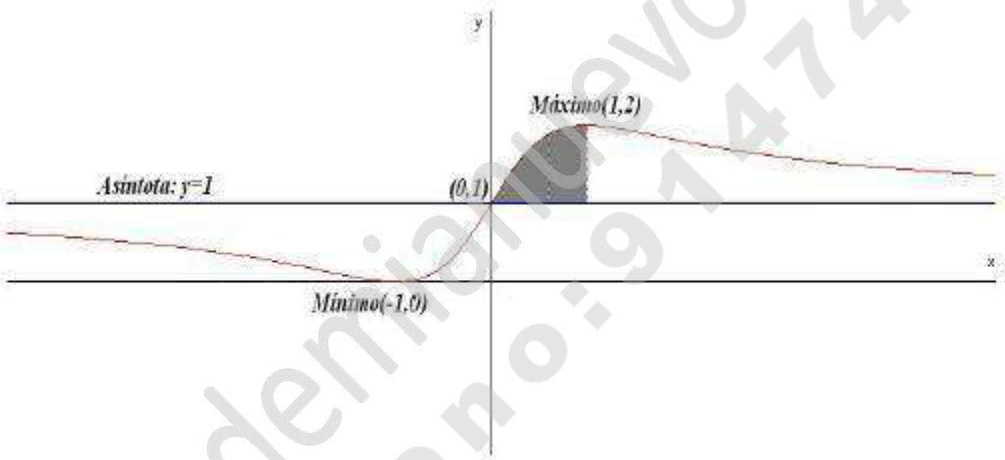
$$f'(x) = \frac{(2x+2)(x^2+1) - 2x(x^2+2x+1)}{(x^2+1)^2} = \frac{-2(x^2-1)}{(x^2+1)^2}$$

Igualando la derivada a 0 obtenemos los posibles máximos y mínimos x=1, x=-1
Se comprobará el crecimiento y el decrecimiento de la función por intervalos:

	(-∞ , -1)	(-1 , 1)	(1 , ∞)
f´(X)	-	+	-

La función decrece: (- $\infty, -1) U (1, \infty)$
La función decrece : (-1,1)

Por lo que se obtiene un máximo en x=1 y un mínimo en x=-1
Máximo relativo: (1,2)
Mínimo relativo: (-1,0)



c)

Se realiza la integral entre la función f(x) y la recta y=1 desde x=0 a x=1.

Se resuelve la división:

$$\int_0^1 \left[\frac{(x+1)^2}{x^2+1} - 1\right] dx = \int_0^1 \left(\frac{x^2+2x+1}{x^2+1} - 1\right) dx = \int_0^1 dx + \int_0^1 \frac{2x}{x^2+1} dx - \int_0^1 dx$$

$$\int_0^1 \frac{(x+1)^2}{x^2+1} dx = +\ln(x^2+1)|_0^1 = \ln 2 - \ln 1 = \ln 2u^2$$

Problema nº3

a)

$$P(v1 \cap V2/V2) = \frac{P(V1 \cap V2 \cap V2)}{P(v2)} = \frac{0{,}51.0{,}51}{0{,}51} = 0{,}51$$

b)

Si el suceso A es al menos un niño y el B es dos niños tendremos que:

$$P(A) = 1 - \left(P(M1 \cap M2)\right) = 1 - 0{,}49^2 = 0{,}759$$

$$P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0{,}51^2}{0{,}759} = 0{,}342$$

Problema nº4

a)

Se comprueba mediante los datos del enunciado que nuestra distribución normal es

$\bar{x}$ —N(98,$\frac{15}{\sqrt{9}}$)

$\bar{x}$ —N(98,5)

Se pide que calculemos la probabilidad de que la media muestral sea mayor que 100 para ello tipificaremos.

$$P(\bar{x} > 100) = P\left(Z > \frac{100-98}{5}\right) = P\left(Z > \frac{2}{5}\right)$$

En la distribución normal no se trabaja con valores mayores que por lo que se pasa a valor menor que.

$$P\left(Z>\frac{2}{5}\right)=1-P\left(Z<\frac{2}{5}\right)=1-0{,}6544=0{,}3456$$

$$P(\bar{x}>100)=0{,}3457$$

b)

$$P\left(\frac{B}{A}\right)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}=\frac{P(104>\bar{x}>100)}{P(\bar{x}>100)}=\frac{P(\bar{x}<104)-P(\bar{x}<100)}{0{,}3456}$$

P(B/A)=0,6551

OPCION B

Problema nº1

$$A=\begin{pmatrix}0&0\\1&1\end{pmatrix}\quad B=\begin{pmatrix}1&a\\1&b\end{pmatrix}\quad I=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\quad 0=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$$

a) $$AB=BA\rightarrow\begin{pmatrix}0&0\\1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&a\\1&b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&a\\1&b\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0\\1&1\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}0&0\\2&a+b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a&a\\b&b\end{pmatrix}$$

$$a=0\quad b=2$$

b) $$A^2+cA+dI=0\rightarrow\begin{pmatrix}0&0\\1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0\\1&1\end{pmatrix}+C\begin{pmatrix}0&0\\1&1\end{pmatrix}+D\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}d&0\\c+1&c+d+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}=\begin{cases}d=0\\c=-1\end{cases}$$

c) $$(A-I)\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}-1&0\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}-x\\x\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$$

$$x=0\quad y=\lambda$$

Problema nº2

a)

El perímetro de una rectángulo es:

P=2x+2y=12

Y=6-x

La ecuación del área de un rectángulo:

f(x)=x·(6-x)

Para calcular el máximo de la función se realiza la primera derivada y se iguala a 0.

$$f'(x) = 6 - x - x = 0 \rightarrow 2x = 6 \rightarrow x = 3$$

Para comprobar que se trata de un máximo se realiza la segunda derivada.

$$f''(x) = -2$$

Como la segunda derivada es negativa en todo el dominio se trata de un máximo.

Por lo que se concluye que para alcanzar el máxima área la longitud de los lados del rectángulo tiene que ser 3.

b)

El perímetro de una rectángulo es:

$$f(x) = 2x + 2y$$

La ecuación del área de un rectángulo:

$$A = x.y = 36 \rightarrow y = \frac{36}{x}$$

Para calcular el máximo de la función se realiza la primera derivada y se iguala a 0.

$$f(x) = 2x + \frac{72}{x} \rightarrow f'(x) = 2 - \frac{72}{x^2} \rightarrow x = \pm 6$$

Para comprobar que se trata de un máximo se realiza la segunda derivada.

$$f''(x) = \frac{144}{x^3} \rightarrow \begin{cases} f''(6) = \frac{144}{6^3} = \frac{144}{216} \\ f''(-6) = \frac{144}{(-6)^3} = -\frac{144}{216} \end{cases}$$

La segunda derivada es positiva en x=6 se trata de un mínimo.

Y=36/6= 6m

Sería un cuadrado de lado 6m

Problema nº3

a)

$$P(b) = P(A).P\left(\frac{b}{A}\right) + P(B).P\left(\frac{b}{B}\right) + P(C).P(\frac{b}{C}) = \frac{3}{6}.\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\frac{2}{3} + \frac{2}{6}\frac{1}{2} = \frac{4}{9} = 0{,}44$$

b)

Se utiliza el teorema de bayes:

$$P\left(\frac{C}{b}\right) = \frac{P(C).P(\frac{b}{C})}{P(b)} = \frac{\frac{1}{2}.\frac{1}{3}}{0{,}44} = 0{,}375$$

Problema nº4

a)

Para calcular el intervalo de confianza se utilizará la siguiente ecuación:

$$(\bar{x} - Z_{\propto/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\propto/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}})$$

El valor de $Z_{\propto/2}$ se calcula mediante el nivel de confianza.

0,95=1-$\propto \rightarrow \propto = 0{,}05$

$$1 - \frac{0{,}05}{2} = 0{,}975$$

Se obtiene que el valor de $Z_{\propto/2}$ mediante las tablas de la distribución normal es de 1,96, por lo que intervalo de confianza es:

$$\left(110 - 1{,}96\frac{10}{\sqrt{9}};\, 110 + 1{,}96\frac{10}{\sqrt{9}}\right)$$ $(103.46\,,116.53)$

b)

$$E = Z_{\propto/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \to n = \left(Z_{\propto/2}\frac{E}{\sigma}\right)^2 = 15{,}366$$

n=16