Septiembre 2009-2010

OPCION A

Problema nº1

a)

$$\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}x+\begin{pmatrix}1 & -1\\-3 & 2\\-4 & a\end{pmatrix}\begin{pmatrix}y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\22\\7a\end{pmatrix}\rightarrow\begin{cases}x+y-z=1\\2x-3y+2z=22\\x-4y+az=7a\end{cases}$$

1º Se escribe la matriz A y la matriz A*

$$A=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1\\2 & -3 & 2\\1 & -4 & a\end{pmatrix}\qquad A^*=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1 & 1\\2 & -3 & 2 & 22\\1 & -4 & a & 7a\end{pmatrix}$$

2º Se calcula el valor de a que hace al determinante A=0

$$0=15-5a\rightarrow a=3$$

Discusión del sistema:

Si a≠ ,3 $|\mathrm{A}|\neq 0\ \rightarrow \mathrm{Rg\ A}=3\quad \mathrm{Rg\ A^*}=3\quad$ Sistema Compatible Determinado

Si a= 3 $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1\\2 & -3 & 2\\1 & -4 & 3\end{pmatrix}\quad A^*=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1 & 1\\2 & -3 & 2 & 22\\1 & -4 & 3 & 21\end{pmatrix}$

$$\begin{vmatrix}1 & 1 & -1\\2 & -3 & 2\\1 & -4 & 3\end{vmatrix}=0$$

$\begin{vmatrix}1 & 1\\2 & -3\end{vmatrix}\neq 0$RA=2

$$\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\2 & -3 & 22\\1 & -4 & 21\end{vmatrix}=0$$

Todos los determinantes de tamaño 3 de la ampliada valen 0 RA*=2 Sistema compatible indeterminado.

b)

$$\begin{cases}x+y-z=1\\2x-3y+2z=22\\x-4y+3z=21\end{cases}\rightarrow\begin{cases}x+y-z=1\\2x-3y+2z=22\end{cases}$$

$$z = \alpha$$
$$x + y - z = 1 \rightarrow x = 1 - y + \alpha$$
$$2x - 3y + 2z = 22 \rightarrow y = -4 + \frac{4}{5}\alpha$$
$$x + y - z = 1 \rightarrow x = 5 + \frac{1}{5}\alpha$$

c)

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x - 3y + 2z = 22 \\ x - 4y + az = 7a \end{cases}$$

Para calcular este sistema se utilizará el método de Cramer:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \\ 1 & -4 & 0 \end{vmatrix} = 15$$

$$x = \frac{|A_x|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 22 & -3 & 2 \\ 0 & -4 & 0 \end{vmatrix}}{15} = \frac{32}{5}$$

$$Y = \frac{|A_Y|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 22 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}}{15} = \frac{8}{5}$$

$$z = \frac{|A_Z|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 22 \\ 1 & -4 & 0 \end{vmatrix}}{15} = 7$$

Problema nº2

El perímetro de una rectángulo es:

$$f(x) = 2x + 2y$$

La ecuación del área de un rectángulo:

$$A = x.y = 2 \rightarrow y = \frac{2}{x}$$

Para calcular el máximo de la función se realiza la primera derivada y se iguala a 0.

$$f(x) = 50(x + 2y) \rightarrow f'(x) = 50 - \frac{200}{x^2} \rightarrow x = \pm 2$$

Para comprobar que se trata de un máximo se realiza la segunda derivada.

$$f''(x) = \frac{400}{x^3} \rightarrow \begin{cases} f''(2) = \frac{400}{2^3} = \frac{400}{8} = 50 \\ f''(-2) = \frac{144}{(-2)^3} = -\frac{144}{-8} = -50 \end{cases}$$

La segunda derivada es positiva en x=2m y=1m se trata del coste mínimo.

Problema nº3

$$P\left(\frac{A}{C}\right) > P\left(\frac{B}{C}\right) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)} > \frac{P(B \cap C)}{P(C)} \rightarrow P(A \cap C) > P(B \cap C)$$

$$P\left(\frac{A}{\bar{C}}\right) > P\left(\frac{B}{\bar{C}}\right) = \frac{P(A \cap \bar{C})}{P(\bar{C})} > \frac{P(B \cap \bar{C})}{P(\bar{C})} \rightarrow P(A \cap \bar{C}) > P(B \cap \bar{C})$$

$$\begin{cases} P(A \cap C) + P(A \cap \bar{C}) = P(A) \\ P(B \cap C) +> P(B \cap \bar{C}) = P(B) \end{cases} \rightarrow P(A) > P(B)$$

Problema nº4

a) $p|\bar{x} - \mu| \geq 50 = p[(\bar{x} - \mu) \geq 50] + P[(\bar{x} - \mu) \leq -50] =$
$p(\bar{x} \geq 50 + \mu) + p(\bar{x} \leq -50 + \mu)$
Tipificando:

$p\left(z \geq \frac{-50+\mu-\mu}{53,33}\right) + p\left(z \leq \frac{-50+\mu-\mu}{53,33}\right) == p(z \geq 0.94) +$
$p(z \leq -0.94) = 2 \cdot p(z \geq 0.94) = 2 \cdot (1 - 0,8264) = 0,35$

b)

Para calcular el intervalo de confianza se utilizara la siguiente ecuación:

$$(\bar{x} - Z_{\propto/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\propto/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}})$$

El valor de $Z_{\propto/2}$ se calcula mediante el nivel de confianza.

0,95=1-$\propto \rightarrow \propto = 0,05$

$$1 - \frac{0,05}{2} = 0,975$$

Se obtiene que el valor de $Z_{\propto/2}$ mediante las tablas de la distribución normal es de 1,96, por lo que intervalo de confianza es:

$$\left(4820 - 1.96\frac{320}{\sqrt{36}}; 4820 + 1.96\frac{320}{\sqrt{36}}\right)$$

$$(4715,47\ ,4924,53)$$

OPCION B

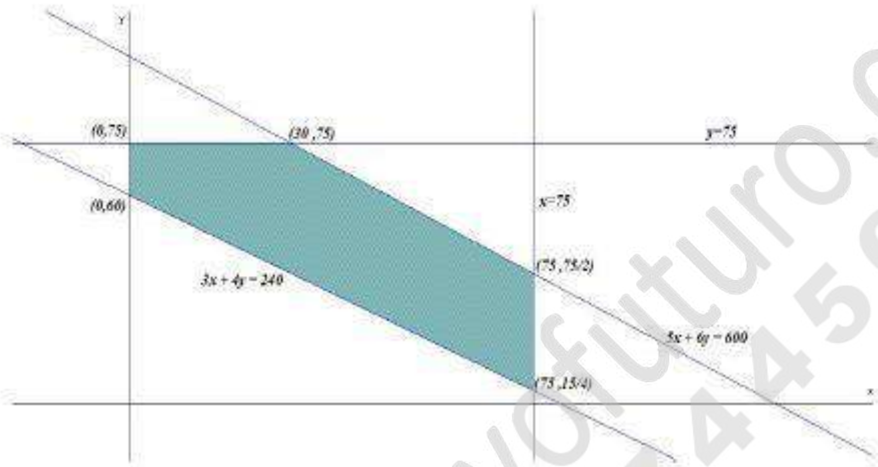
Problema nº1

a)

La región factible se encontrará en el cuadrante I debido a que tanto la x como la y deben ser mayores o iguales a 0.

Para calcular los vértices de las otras rectas tendremos que hacer una tabla de datos. Una vez se representan las rectas se toman un punto de prueba para delimitar la región factible el (0,0).

6x+8y>480   0<480 se cumple.
X+1,2y<120   0<120 se cumple.
0<y<75   0<75   se   cumple.
0<X<75   0>75   se cumple.



b)
Para calcular el máximo se sustituyen los valores de los vértices que se han obtenido anteriormente en la función a maximizar.

Vértice	x	y	Función
A	0	60	72
B	0	75	90
C	30	75	120
D	75	75/2	120
D	75	15/4	79,5

El coste minimo de la función f(x,y)=x+1,2y se corresponde con el vértice A.

Problema nº2

a)

Para que una función por partes sea continua los valores de f en la discontinuidad deben ser los mismos.

En x=-1

$$\lim_{x\to -1^-} 2x^2 - a = 2 - a$$

$$\lim_{\lambda\to -1^-} -3x^2 + b = -3 + b$$

f(-1)=**2-a=-3+b**

En x=1

$$\lim_{x\to 1^-} -3x^2 + b = -3 + b$$

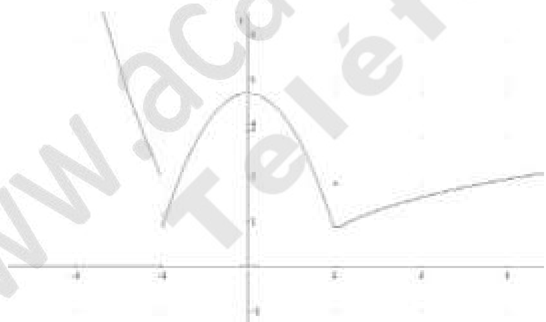
$$\lim_{x\to 1^+} logx + a = a$$

f(1)=a

-3+b=a

Resolviendo el sistema a=1 b=4

b)



c) $\int_{-1}^{1}(3x^2+3)\,dx = x^3+3x|_{-1}^{1} = 1+3-(-1-3) = 8u^2$

Problema nº3

a)
$$\frac{p(A\cap\beta)}{pA} = 0{,}95 \Rightarrow p(A\cap\beta) = 0.95\cdot 0{,}005 = 0{,}00475$$

$$p(A\cap\bar{\beta}) = pA - p(A\cap\beta) = 0{,}005 - 0{,}00475 = 0{,}00025$$

b) $P\left(\bar{\beta}/_{\bar{A}}\right) = \frac{p(\bar{A}\cap\bar{\beta})}{pA} = \frac{p(\bar{A}\cap\bar{\beta})}{1-0{,}005} = 0{,}96 \rightarrow p(\bar{A}\cap\bar{\beta}) = 0.96\cdot 0{,}995 = 0.9552$

$$p(A\cup\beta) = 1 - p(\bar{A}\cap\bar{\beta}) = 1 - 0{,}9552 = 0.0448$$

$p(A\cup\beta) = PA + PB - p(A\cap B) \rightarrow$ 0,0448=0,005+PB-0.00475→ PB =0.044551

Problema nº4

a)
El intervalo de confianza para la media a partir de la media de las muestras es:

$$(\bar{x} - Z_{\propto/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\propto/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = (173{,}42\,,175{,}56)$$

$$\begin{cases} \bar{x} - Z_{\propto/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 173{,}42 \\ \bar{x} + Z_{\propto/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 175{,}56 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \bar{X} = 174{,}99 \\ Z_{\propto/2} = 3{,}14 \end{cases}$$

b)
Se obtiene que el valor de $Z_{\propto/2}$ mediante las tablas de la distribución normal es de 0,9838, por lo que intervalo de confianza es:

P(z<3,14)= 0,9987

$$\frac{1-0{,}9987}{2} = 0{,}0065$$

1-2·0,0065=0,9987

El nivel de confianza es el 99,87%