OPCION A

Problema 1:

a)

$$A^T B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 15 \\ 9 & 26 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

La matriz F no existe debido a que no se cumple la premisa para hacer multiplicaciones de matrices, el numero de columnas de la primera matriz no es igual al de filas de la segunda

b)

Calcúlese la matriz A^{-1}.

$A^{-1} = \frac{(adj\ A)^t}{|A|}$

1º Se calcula el determinante de A:

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 5$$

2º Se calcula el adjunto de la matriz A:

$$(adj\ A) = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}$$

3º Se calcula la transpuesta del adjunto de la matriz A:

$$(adj\ A)^t = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{vmatrix}$$

4º Se calcula la matriz inversa de A:

$$A^{-1} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{vmatrix}}{5}$$

Problema 2

a)

Para calcular los vértices de las rectas tendremos que hacer una tabla de datos. Una vez se representan las rectas se toman un punto de prueba para delimitar la región factible el (0,0).

x+y>2   0>2 no se cumple.
2x-y<4   0<4 se cumple
2x-y<4 0<4 se cumple.

A=(0,2), B=(4,4). C=(0,4) , D=(0,2)

b)

Para calcular el máximo se sustituyen los valores de los vértices que se han obtenido anteriormente en la función a maximizar f(x,y)=-5x+3y.

	x	y	f(x,y)
A	0	2	6
B	4	4	-8
C	0	4	12
D	0	2	6

El punto que maximia es C y el punto que minimiza es B.

Problema 3

a)

Primero se calculan los puntos de corte con el eje x que pertenecen al intervalo de integración:

$$f(x) = x(x^2 - 4x + 3) \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\int_0^1 x^3 - 4x^2 + 3x + \int_1^3 x^3 - 4x^2 + 3x \rightarrow \frac{x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} = \frac{1}{12} + \frac{27}{4} = \frac{82}{12}\ u^2$$

b)

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x$$

Para calcular los extremos relativos de una función se debe realizar la primera derivada e igualarla a 0.

$$f'(x) = 3x^2 - 8x + 3 = 0$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64-36}}{6} \begin{cases} \dfrac{4+\sqrt{7}}{3} \\ \dfrac{4-\sqrt{7}}{3} \end{cases}$$

La función decrece: $(\frac{4-\sqrt{7}}{3}, \frac{4+\sqrt{7}}{3})$

La función crece : $(\infty, \frac{4-\sqrt{7}}{3})U(\frac{4+\sqrt{7}}{3}, \infty)$

Problema 4

a)

$$P\left(\frac{M}{Em}\right) = \frac{0{,}55.0{,}52}{0{,}4} = 0{,}715$$

b)

$$P(M \cap Ec) = 0{,}55.0{,}48 = 0{,}264$$

Problema 5

a)

Para calcular el intervalo de confianza se utilizara la siguiente ecuación:

$$(\bar{x} - Z_{\propto/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\propto/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}})$$

El valor de $Z_{\propto/2}$ se calcula mediante el nivel de confianza.

0,95=1-∝→∝= 0,05

$$Z_{\propto/2} = 1 - \frac{0{,}05}{2} = 0{,}975$$

Se obtiene que el valor de $Z_{\propto/2}$ mediante las tablas de la distribución normal es de 1,96, por lo que el tamaño de la muestra es:

$$E = Z_{\propto/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow n = \left(Z_{\propto/2}\frac{E}{\sigma}\right)^2 = 3$$

b)

Se comprueba mediante los datos del enunciado que nuestra distribución normal es N(202,2,25).

Se pide que calculemos la probabilidad de que la media muestral sea mayor que 100 para ello tipificaremos.

$$P(\bar{x} < 197{,}5) = P\left(Z > \frac{197{,}5 - 202}{2{,}25}\right) = P(Z < -2)$$

En la distribución normal no se trabaja con valores mayores que por lo que se pasa a valor menor que.

$$P(Z > 2) = 1 - P(Z < 2\,) = 1 - 0{,}972 = 0{,}028$$

OPCION B

Problema 1

a)

1º Se escribe la matriz A y la matriz A*

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 3 \\ -1 & 3 & 1 \\ -1 & a & 2 \end{pmatrix} \qquad A^* = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & 1 & 1 \\ -1 & a & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

2º Se calcula el valor de a que hace al determinante A=0

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 3 \\ -1 & 3 & 1 \\ -1 & a & 2 \end{pmatrix} = 0 = -6 - 3a - 3 + 6 + 9 + a = -2a + 6 \rightarrow a = 3$$

El determinante de la matriz es 0 cuando a=3

Discusión del sistema:

-Si a$\neq 3$ $|\mathrm{A}| \neq 0 \rightarrow \mathrm{Rg\ A} = 3 \quad \mathrm{Rg\ A^*} = 3$ Sistema Compatible Determinado

-Si a$= 3$ $|\mathrm{A}| = 0 \rightarrow \mathrm{Rg\ A} = 2 \quad \mathrm{Rg\ A^*} = 3$ Sistema Incompatible

b)

Para calcular este sistema se utilizara el método de Kramer:

$$|A| = -2a + 6 = 4$$

$$x = \frac{|A_x|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}}{4} = -\frac{3}{4}$$

$$y = \frac{|A_Y|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} -1 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{vmatrix}}{4} = \frac{1}{4}$$

$$z = \frac{|A_Z|}{|A|} = \frac{\begin{vmatrix} -1 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}}{4} = \frac{1}{2}$$

Problema 2

a)

Para que una función por partes sea continua los valores de f en la discontinuidad deben ser los mismos.

$$f'(x) \begin{cases} 5x + 1 & si\ x < 0 \\ x^2 + 5x + 1 & si\ x > 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to 0^-} 5x+1=1$$
$$\lim_{x\to o^+} x^2+5x+1=1$$

La función es continua en x=0

$$f'(x)\begin{cases} 5 & si\ x<0 \\ 2x+5 & si\ x>0 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to 0^-} 5=5$$
$$\lim_{x\to o^+} 2x+5=5$$

La función es derivable en x=0

b)

$$f(x)=x^2+5x+1$$

Primero se calcula el valor y de la función en x=1

$$y=f(3)=x^2+5x+1=15$$

Para calcular la tangente a una función se realiza la primera derivada con la que se obtiene la pendiente de la recta tangente.

$$\mathrm{f'(x)}=2x+5$$

Para calcular la pendiente en el punto x=0 se sustituye la x en la primera derivada.

$$\mathrm{f'}(3)=11$$

La pendiente de la función en x=3 es 11. Para calcular la recta tangente se debe obtener la ordenada en el origen mediante la ecuación explicita de la recta :

$$y=mx+n\to 15=11.3+n\to n=-18$$

$$y=11x-18$$

Problema 3

a)

$$f(x)=\int x^2+8x+15dx=\frac{x^3}{3}+4x^2+15x+C$$

$$F(1) = \frac{1^3}{3} + 4.1^2 + 15.1 + C = \frac{1}{3} \rightarrow C = -19$$

b)

$$f'(x) = x^2 + 8x + 15 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = -3 \end{cases}$$

La función decrece: (-5,-3)
La función crece : (-inf,-5)U(-3,inf)

Maximo: (-5,)
Minimo : (-3,-18)

Problema 4

a)

$$P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{0,015}{0,3} = 0,05$$

b)

$$P(A \cup B) = 0,2 + 0,3 - 0,015 = 0,485$$
$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - 0,485 = 0,515$$

Problema 5

a)

Para calcular el intervalo de confianza se utilizara la siguiente ecuación:

$$(\bar{x} - Z_{\propto/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\propto/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}})$$

El valor de $Z_{\propto/2}$ se calcula mediante el nivel de confianza.

0,99=1-∝→∝= 0,01

$$Z_{\propto/2} = 1 - \frac{0,01}{2} = 0,995$$

Se obtiene que el valor de $Z_{\propto/2}$ mediante las tablas de la distribución normal es de 2 575, por lo que intervalo de confianza es:

$$(484.62\ , 525,37)$$

b)

Se comprueba mediante los datos del enunciado que nuestra distribución normal es N(500,7,89).

Se pide que calculemos la probabilidad de que la media muestral sea mayor que 100 para ello tipificaremos.

$$P(\bar{x} > 503) = P\left(Z > \frac{503 - 500}{7,89}\right) = P(Z > 0,38)$$

En la distribución normal no se trabaja con valores mayores que por lo que se pasa a valor menor que.

$$P(Z > 0,38) = 1 - P(Z < 0,38\ ) = 1 - 0,648 = 0,352$$