OPCIÓN A

Ejercicio 1

a)

$$A \cdot A^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

$$(A \cdot A^t)^2 = I$$

$$(A \cdot A^t)^2 - 2(A \cdot A^t) = I - 2I = -I$$

$$[(A \cdot A^t)^2 - 2(A \cdot A^t)]^{11} = (-I)^{11} = -I = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

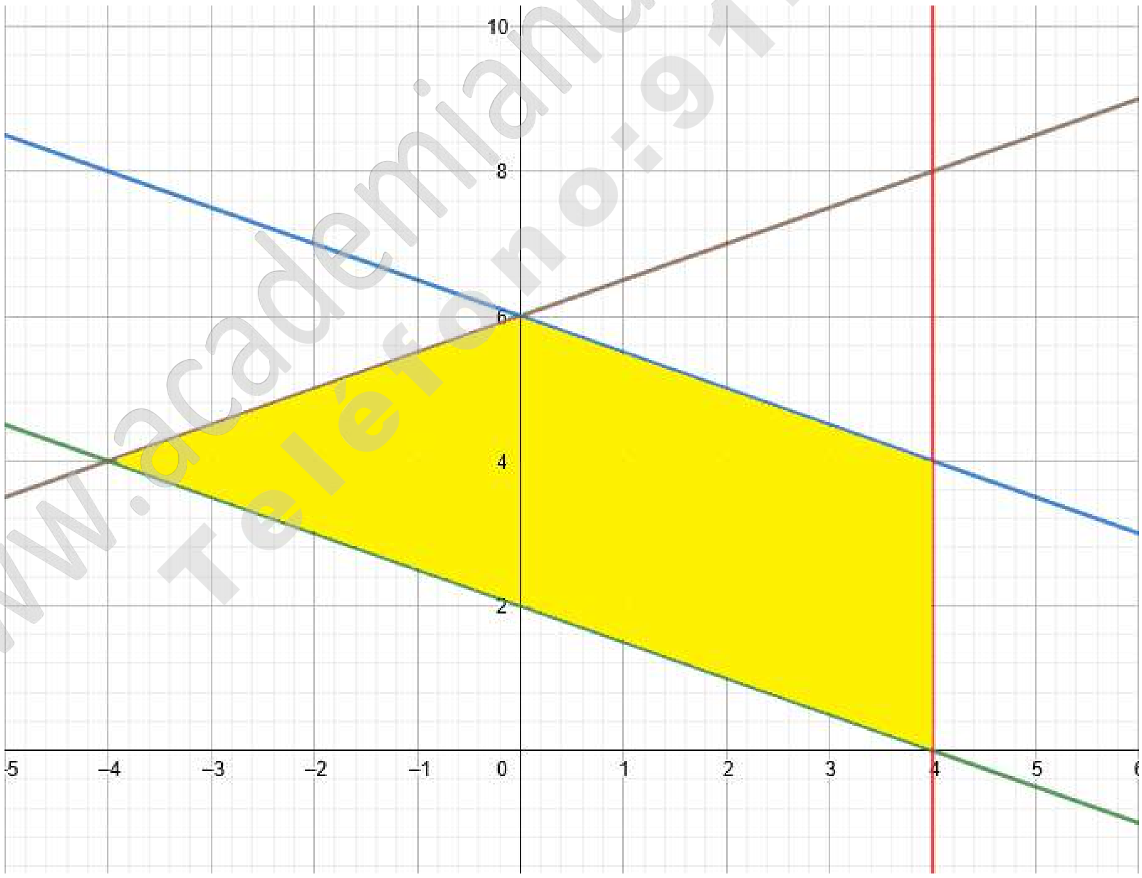
b)

$$X \cdot A^t = B^t \Rightarrow (n, m)x(2,3) = (1,3) \Rightarrow n = 1; m = 2X \cdot A^t = B^t \Rightarrow (x \quad y)\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (3 \quad 2 \quad 3) \Rightarrow x = 2; y = 3$$

La matriz A^t no tiene inversa pues no es cuadrada

Ejercicio 2

a)



Vertices:

A(0,6);B(4,4);C(4,0);D(-4,4)

b)

F(A)=-6

F(B)=8

F(C)=12(Máximo)

F(D)=-16(Mínimo)

Ejercicio 3

a)

$$\mathrm{Domf} = \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right\}$$

$$f'(x) = \frac{1 + 4x^2}{(1 - 4x^2)^2} > 0$$

$$\textit{Es creciente en } (-\infty, -1/2) \cup (-1/2, 1/2) \cup (1/2, \infty)$$

b)

Asíntotas horizontales

$$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = 0$$

Asíntotas verticales

$$x = -1/2: \begin{cases} \lim_{x \to -1/2^-} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \to -1/2^+} f(x) = -\infty \end{cases}$$

$$x = +\frac{1}{2}: \begin{cases} \lim_{x \to +\frac{1}{2^-}} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \to +\frac{1}{2^+}} f(x) = +\infty \end{cases}$$

Ejercicio 4

a)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(\text{entrenar alguno}) = P(\text{entrenar mujer}) + P(\text{entrenar hombre}) - P(\text{entrenar los dos})$$
$$= \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{11}{12}$$

b)

$$P\left(\frac{\text{Hombre}}{\text{entreno}}\right) = \frac{P(H \cap \text{entrenar})}{P(\text{entrenar})} = \frac{0.65 \cdot \frac{2}{3}}{0.65 \cdot \frac{2}{3} + 0.35 \cdot \frac{3}{4}} = 0.62$$

Ejercicio 5

a)

$$A = 2E \Rightarrow E = 11775 n = \left(\frac{Z_{\alpha/2}\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{1.96 \cdot 24000}{11775}\right)^2 \approx 16$$

b)

$$X \sim N(150000, 24000)$$

$$\bar{X} \sim N\left(150000, \frac{24000}{\sqrt{25}}\right) = N(150000, 4800)$$

$$P(144240 < \bar{X} < 153840) = P(\bar{X} < 153840) - P(\bar{X} < 114204) =$$

$$= P\left(Z < \frac{153840 - 150000}{4800}\right) - P\left(Z < \frac{114240 - 150000}{4800}\right) =$$

$$= P(Z < 0.8) - (1 - P(Z < 1.2)) = 0.7881 - (1 - 0.8849) = 0.673$$

OPCIÓN B

Ejercicio 1

a)

$$A^* = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & a \\ 2 & a & -6 & 8 \\ 1 & -3 & -5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$|A| = -6a - 12 = 0 \Rightarrow a = -2$$

SI $a \neq -2 \Rightarrow \text{rango}(A^*) = \text{rango}(A) \Rightarrow \text{SCD}$

SI $a = -2$

$$A^* = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & -6 & 8 \\ 1 & -3 & -5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 \\ -2 & -6 & 8 \\ -3 & -5 & 4 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow \text{rango}(A^*) = 3 \Rightarrow \text{rango}(A^*) \neq \text{rango}(A) \Rightarrow \text{SI}$$

b)

SI a=4

$$\begin{cases} x + 3y + z = 4 \\ 2x + 4y - 6z = 8 \\ x - 3y - 5z = 4 \end{cases} \Rightarrow x = 4; y = 0; z = 0$$

Ejercicio 2

a)

$$B(x) = x^3 - 12xB'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$$

$$B''(2) > 0 \Rightarrow \text{Mínimo}$$

$$B''(-2) < 0 \Rightarrow \text{Máximo} \Rightarrow B(-2) = 88 \textit{millones de } €$$

b)

$$B'\big((4, \infty)\big) > 0 \Rightarrow \text{creciente, el beneficio aumenta}$$

Ejercicio 3

a) El dominio de la función es todos los reales pues el valora que anula el denominador no pertenece al intervalo determinado en la función por partes

$$\lim_{x \to 0^-} f(x) = 2$$

$$\lim_{x \to 2^+} f(x) = \frac{2}{3}$$

No es continua

b)

$$I = \int_{-1}^{0} x^3 + 2e^x \, dx = \left[\frac{x^4}{4} + 2e^x\right]_{-1}^{0} = \frac{7}{4} - 2e^{-1}$$

Ejercicio 4

a)

$$P(A) + P(B) = P(A \cap B) + P(A \cup B)$$

$$P(A \cap B) = 0.4 + 0.6 - 0.8 = 0.2$$

$$P(\overline{A} \cap B) = 0.6 - 0.2 = 0.4$$

b)

$$P(A \cup B\,/A) = \frac{P((A \cup B) \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A)}{P(A)} = 1$$

Ejercicio 5

a)

$$E = p(1-p)\left(\frac{Z\alpha/_2}{E}\right) = 0.5 \cdot 0.5\left(\frac{1.96}{0.03}\right) \approx 17$$

b)

$$IC = \left(\frac{90}{450} \pm 1.645\sqrt{\frac{\frac{90}{450}\cdot\frac{360}{450}}{450}}\right)$$

$$IC = (1/5 \pm 0.031)$$