OPCIÓN A

Pregunta 1

a) Según el principio de conservación de la energía mecánica. Tenemos dos puntos:

Punto de lanzamiento

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$
$$E_p = -G\frac{Mm}{R_p}$$

Punto máximo

$$E_c = 0$$
$$E_p = -G\frac{Mm}{r_{max}} \Rightarrow r_{max} = R_p + h$$
$$\frac{1}{2}mv^2 - G\frac{Mm}{R_p} = -G\frac{Mm}{r_{max}} \Rightarrow \frac{1}{2}v^2 - G\frac{M}{R_p} = -G\frac{M}{r_{max}}$$
$$\frac{1}{2}(2\cdot 10^3)^2 - 6.67\cdot 10^{-11}\frac{6.42\cdot 10^{23}}{4500\cdot 10^3} = -6.67\cdot 10^{-11}\frac{6.42\cdot 10^{23}}{r_{max}}$$
$$r_{max} = 5.697\cdot 10^6 m \Rightarrow h = r_{max} - R_p = 1.197\cdot 10^6 m$$

La altura es $1.197\cdot 10^3\, km$

b) Igualando la fuerza centrípeta a la gravitatoria

$$G\frac{Mm}{{r_{órbita}}^2} = m\frac{v_{órbita}^2}{r_{órbita}} \Rightarrow v_{órbita} = \sqrt{\frac{GM}{r_{órbita}}} = \sqrt{\frac{6.67\cdot 10^{-11}\cdot 6.42\cdot 10^{23}}{5.697\cdot 10^6}} = 2741.6\, {}^{m}/_{s}$$

Pregunta 2

a) En un m.a.s. $a = -kx = -\omega^2 x$

Como la aceleración en el instante inicial es nula, también lo es la elongación

b) Al ser la elongación nula para t=0s, consideramos la ecuación del m.a.s.

$x(t) = Asen(\omega t + \varphi_0)$ entonces en t=0

$0 = Asen(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = 0\, rad$ ó $\varphi_0 = \pi \text{rad}$

Calculamos la velocidad para elegir cuál de los dos valores es el elgido:

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = A\omega\cos(\omega t + \varphi_0)$$

Al ser negativa tenemos que elegir $\varphi_0 = \pi$ rad

La velocidad es máxima en t=0s y su expresión es $v = -A\omega$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 0.25 = \frac{\pi}{2} {rad}/{s}$$

$$-5 = -A\frac{\pi}{2} \Rightarrow A = \frac{10}{\pi} cm$$

La ecuación de la elongación es:

$$x(t) = \frac{10}{\pi} sen(\frac{\pi}{2}t + \pi) \text{ cm}$$

Pregunta 3

a) Según la ley de Faraday,

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{-(0-12)}{60-0} = 0.2V$$

Como es una línea recta la variación del flujo en función del tiempo es constante, entonces la fem inducida es:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{-(0-12)}{60-0} = 0.2V$$

La fem inducida es 0.2V

b) Utilizamos la definición de flujo y teniendo en cuenta que el campo es perpendicular al plano XY

$$\phi = B \cdot S \cdot \cos(\theta) = B \cdot S$$

Si llamamos L a la distancia entre raíles, la superficie la podemos expresar como

$$S = L(s_o + vt)$$

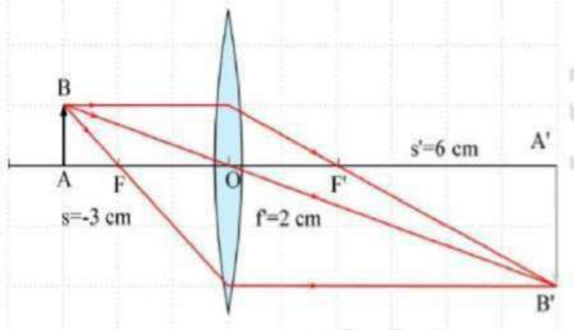
Según la ley de Faraday:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d\big(BL(s_0 + vt)\big)}{dt} = -BLv \rightarrow 0.2 = -200 \cdot 0.1 \cdot v \rightarrow = -0.01\ m/s$$

La velocidad de la barra conductora es -0.01${}^{m}/{s}$, que es negativa ya que el área encerrada por el circuito es cada vez menor.

Pregunta 4

a)




b)

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s' = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{-3}} = 6cm$$

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{6}{-3} = -2 \ es\ una\ imagen\ mayor\ invertida\ y\ real$$

Pregunta 5

a) El periodo de semidesintegración la calculamos según la ecuación:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow 0.92N_0 = N_0 e^{-\lambda 191.11} \Rightarrow \ln(0.92) = -\lambda 191.11 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{\ln(0.92)}{191.11} = 4.36 \cdot 10^{-4} \text{años}^{-1}$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t_{t/2}} \Rightarrow -\ln(2) = -\lambda t_{t/2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_{t/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = \frac{\ln(2)}{4.36 \cdot 10^{-4}} = 1588.68 = 1600 \ años$$

El periodo de semidesintegración es 1600años

b) Con la ecuación:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

Calculamos el número de moles:

$$N_0 = \frac{m_0}{M}$$

$$N = \frac{m_0}{M} e^{-\lambda t} = \frac{40 \cdot 10^{-6}}{226} e^{-4.3 \cdot 10^{-4} \cdot 200} = 1.6 \cdot 10^{-7}$$

$$Núcleos = Nx6.023 \cdot 10^{23} = 9.78 \cdot 10^{16} \ núcleos$$

Quedan $9.78 \cdot 10^{16}$ *núcleos*

OPCIÓN B Pregunta

1

a) Igualamos la fuerza centrípeta a la gravitatoria

$$v_{órbita} = \frac{2\pi r}{T}$$

$$F = m\frac{v^2}{r_{órbita}}$$

$$G\frac{Mm}{r_{órbita}^2} = m\frac{\left(\frac{2\pi r_{órbita}}{T}\right)^2}{r_{órbita}} = m\frac{4\pi^2 r_{órbita}}{T^2}$$

$$M = \frac{4\pi^2 r_{órbita}^3}{GT^2} = \frac{4\pi^2 (0.45 \cdot 10^8 \cdot 10^3)^3}{6.67 \cdot 10^{-11}(28 \cdot 24 \cdot 3600)^2} = 9.2 \cdot 10^{30} kg$$

La masa del objeto es $9.2 \cdot 10^{30} kg$

b) si el diámetro es 200 km, el radio es 100 km y como:

$$g = G\frac{M}{R^2} g = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{9.2 \cdot 10^{30}}{(100 \cdot 10^3)^2} = 6.14 \cdot 10^{10}\, {}^{m}/_{s^2}$$

La aceleración de la gravedad es $6.14 \cdot 10^{10}\, {}^{m}/_{s^2}$

Pregunta 2

a) La ecuación de la onda que se desplaza en sentido positivo del eje X

$$y(x, t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

Como sabemos la velocidad de propagación y la frecuencia angular:

$$\omega = \frac{\pi}{3} {}^{rad}/_{s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 6s$$

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \lambda = v \cdot T = 30\ m$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{15}\ m^{-1}$$

$$y(x = 0, t = 0) = \frac{0.03}{\pi} = A\cos(\varphi_0)\ (2)$$

La velocidad en cada punto es:

$$\frac{d}{dt}(y(x,t)) = -\omega A sen(wt - kx + \varphi_0) = -0.01\, {}^{m}/_{s} \Rightarrow -A\frac{\pi}{3}sen(\varphi_0) = -0.01 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{0.03}{\pi} = Asen(\varphi_0)\ (1)$$

Dividiendo (1) por (2)

$$tg(\varphi_0) = -1 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{3\pi}{4} rad \ \text{ó}\ \varphi_0 = \frac{7\pi}{4} rad$$

Como la elongación ha de ser positiva, escogemos la segunda respuesta, y despejando

$$A = \frac{0.03}{\pi\cos(-\frac{\pi}{4})} = 0.0135m$$

La función es:

$$y(x,t) = 0.0135\cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{15}x - \frac{\pi}{4}\right)\mathrm{m}$$

b) A media longitud de onda, la velocidad es la misma, pero en oposición de fase, por lo que cambiaremos el signo.

$$v(15,0) = 0.0135\cdot\frac{\pi}{3}sen(\frac{\pi}{3}\cdot 0 - \frac{\pi}{15}\cdot 15 - \frac{\pi}{4}) = \frac{0.0135}{\sqrt{2}} = 0.01\, {}^{m}/_{s}$$

Pregunta 3

Como las cargas son iguales, la fuerza que se crea entre ellas es de carácter repulsivo y se puede calcular mediante:

$$F = K\frac{Q_1\cdot Q_2}{d^2}$$

Usando los datos del enunciado y sabemos que por el principio de superposición, ambos vectores de fuerza tendrán la misma dirección, el mismo módulo y serán de sentidos opuestos, entonces calculamos

a) $Q_1 = Q_2$

$$0.2 = 9\cdot 10^9\frac{Q^2}{0.1^2} \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{0.1^2 x 0.2}{9\cdot 10^9}} = 4.71\cdot 10^{-7}C$$

El campo eléctrico creado en el centro también serán dos vectores de igual módulo pero sentido contrario con que el total será nulo.

b) $Q_1 = 4Q_2$

$$0.2 = 9\cdot 10^9\frac{4Q^2}{0.1^2} \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{0.1^2 x 0.2}{4\cdot 9\cdot 10^9}} = 2.37\cdot 10^{-7}C$$

El campo eléctrico creado por las dos cargas en el punto medio, tendrá el sentido de la carga mayor, y su módulo coincidirá con la resta de ambos campos creados

$$E = E_2 - E_1 = K\frac{Q_2}{d^2} - K\frac{Q_1}{d^2} = 9\cdot 10^9\frac{(3\cdot 2.37\cdot 10^{-7})}{0.05^2} = 2559600\ {}^{N}/_{C}$$

Pregunta 4

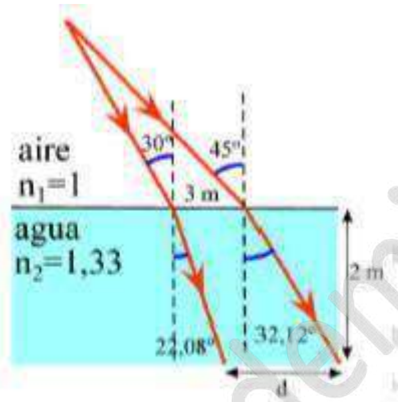
a) Si aplicamos la ley de Snell

$$n_A\cdot sen(\alpha_i) = n_B\cdot sen(\alpha_r) \Rightarrow \alpha_r = arcsen\left(\frac{n_A\cdot sen(\alpha_i)}{n_B}\right)$$

$$Si\ \alpha_i = 30\,° \ \Rightarrow \alpha_r = arcsen\left(\frac{1\cdot sen(30)}{1.33}\right) = 22.08°$$

$$Si\ \alpha_i = 45\,° \ \Rightarrow \alpha_r = arcsen(\frac{1\cdot sen(45)}{1.33}) = 32.12°$$

b) Si vemos el boceto de la situación, podemos calcular (sabiendo que la profundidad es 2 m)




El rayo que incide con 30 grados y se refracta con 22.08 grados, se separa de la recta normal a los dos medios

2 tg(22.08)=0.81m

El rayo que incide con 45 grados y se refracta con 32.12 grados, se separa de la recta normal a los dos medios

2·tg(32.12)=1.26m

La separación ha aumentado 1.26-0.81=0.45m . Como inicialmente era de 3 m entre los puntos de impacto, tenemos una separación de 3.45m

Pregunta 5

a) $E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8}{220\cdot 10^{-9}} = 9.04\cdot 10^{-19}\,J$

El potencial de frenado tiene exactamente el mismo valor que la energía cinética máxima que tienen los electrones emitidos por lo que:

$$E_c(máx) = 1.5ev = 2.4\cdot 10^{-19}J$$

b) Planteamos la ecuación del efecto fotoeléctrico

$$W_{ext} = E_{emitida} - E_c = 9.04\cdot 10^{-19} - 2.4\cdot 10^{-19} = 6.64\cdot 10^{-19}\,J$$