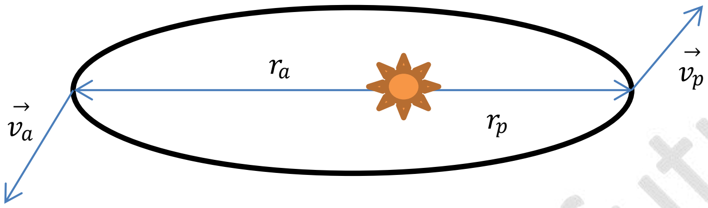
OPCIÓN A

Problema 1

a) El momento de la fuerza es nulo y se conserva el momento angular:

$$\vec{L_a} = \vec{L_p} \Rightarrow M_M \cdot r_a \cdot \vec{v_a} = M_M \cdot r_p \cdot \vec{v_p} \Rightarrow \vec{v_a} = \frac{206.7 \cdot 10^6 km \; x \; 26.5 \, {}^{km}/_{s}}{249.2 \cdot 10^6 km} = 21.98 \, {}^{km}/_{s}$$

$$Velocidad \; de \; Marte \; en \; el \; afelio \; es \; 21.98 \, {}^{km}/_{s}$$



b) La energía total mecánica se conserva y es cte, esto es, tiene el mismo valor en el afelio que en el perihelio

Calculamos la energía en el perihelio y así podemos igualarla a la del afelio

E(Perihelio)=E(afelio)

$$E_{afelio=}E_{perihelio} = E_p + E_c = -G\frac{M_s M_M}{r_p} + \frac{1}{2}M_m {v_p}^2$$
$$= -6.67x10^{-11}\frac{1.99 \cdot 10^{30} x 6.42 \cdot 10^{23}}{206.7 \cdot 10^9} + \frac{1}{2}6.42 \cdot 10^{23} X (26.5 \cdot 10^3)^2$$
$$= -0.1868 \cdot 10^{33} J$$

$$La \; energía \; mecánica \; en \; el \; afelio \; es \; igual \; a - 1.868 \cdot 10^{32} J$$

Problema 2

a) El movimiento descrito por el bloque es un m.a.s. Cuya ecuación es:

$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$ *El valor de* φ_0 *es la fase que hay cuando el* t= 0, *y como éste se encuentra en su posición de equilibrio y la velocidad es positiva*:

$$x(0) = A\cos(\varphi_0) = 0 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ ó } \varphi_0 = \frac{3\pi}{2}$$

Ahora bien:

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega sen(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow v(0) = -A\omega sen(\varphi_0) > 0 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{3\pi}{2}$$

Luego:

$$x(t) = A\cos\left(\omega t + \frac{3\pi}{2}\right)$$

Sabemos que

$$k = m\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{4.5}{2}} = 1.5\ {}^{rad}/_{s}$$

La amplitud la obtenemos a partir de la energía cinética en el origen, ahí la energía potencial es cero.

$$E(0) = E_c(0) = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2E_c(0)}{k}} = \sqrt{\frac{2x0.9 \cdot 10^{-3}}{4.5}} = 2 \cdot 10^{-2}\, m$$

Con que:

$$x(t) = 0.02cos(1.5t + \frac{3\pi}{2})$$

b) *La energía meánica se conserva*:

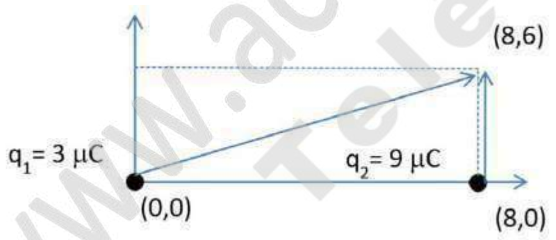
$$E = \frac{1}{2}kx^2 + E_c = E_c(0) \Rightarrow \frac{1}{2}kx^2 = E_c(0) - E_c \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{2(E_c(0) - E_c)}{k}} =$$

$$= \pm\sqrt{\frac{2(0.9 \cdot 10^{-3} - 0.3 \cdot 10^{-3})}{4.5}} = \pm 0.0163m$$

Los puntos de la trayectoria que lo cumplen son $\pm\, 0.0163m$

Problema 3

a) El potencial electrostático en el punto (8,6) es:



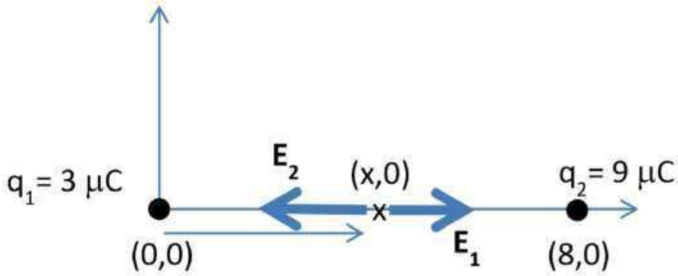
$$V = V_1 + V_2 = k\frac{q_1}{r_1} + k\frac{q_2}{r_2}$$

$$r_2 = 6\ cm\ y\ r_1 = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10\ cm$$

$$V = 9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^{-6}}{10 \cdot 10^{-2}} + 9 \cdot 10^9 \frac{9 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 10^{-2}} =$$
$$= 16.2 \cdot 10^5 V$$

El campo en $(8,6)$ *es* $16.2 \cdot 10^5 V$

b) El campo en el punto (x,0) debe ser 0. Como $q_1\ y\ q_2$ son positivas entre ambas cargas los campos son opuestos



Si x es la distancia desde el origen:

$$E = k\frac{q_1}{x^2} - k\frac{q_2}{(8-x)^2} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{q_1}{x^2} = \frac{q_2}{(8-x)^2} \Rightarrow$$

$$q_1(8-x)^2 = q_2 x^2 \Rightarrow 3(8-x)^2 = 9x^2 \Rightarrow 3(64 + x^2 - 16x) = 9x^2 \Rightarrow 64 + x^2 - 16x = 3x^2 \Rightarrow x = 2.928\ cm\ (\ despreciamos\ el\ valor\ de\ x < 0)$$

$$Por\ tanto\ ,\ en\ el\ punto\ x = 2.9\ cm\ el\ campo\ total\ es\ nulo$$

Problema 4

a) Para el espejo las ecuaciones son:

$$A_L = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

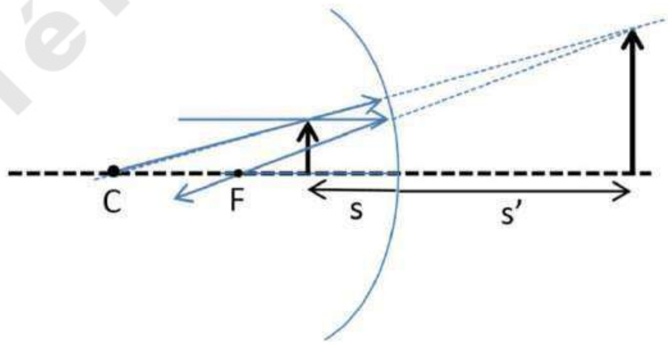
$$En\ este\ caso\ y = 2cm\ y' = 6cm\ s = -30cm$$

$$A_L = \frac{6}{2} = -\frac{s'}{-30} \Rightarrow s' = 90cm$$

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{90} + \frac{1}{-30} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = -45cm$$

$$El\ radio\ es\ r = 2f' = -90\ cm$$

b)



Pregunta 5

a) La constante de desintegración la calculamos según la ecuación:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t_{t/2}} \Rightarrow -\ln(2) = -\lambda t_{t/2} \Rightarrow \lambda = \frac{\ln(2)}{t_{t/2}} = \frac{\ln(2)}{8.02x24x3600} = $$

$$= 10^{-6} s^{-1}$$

La actividad se define como:

$A = \lambda N$

$A_0 = \lambda N_0$ donde N_0 es el número de átomos iniciales de I^{132} en la pastilla. El número de moles iniciales es:

$n_o = \frac{N_o}{N_A}$ donde N_A es el número de Avogadro.

La masa inicial de I^{132} será:

$m_0 = n_o \, x \, M$ donde M es la masa atómica de un átomo de I^{132}. Esto es,

$$m_0 = \frac{N_o}{N_A} xM = \frac{A_0}{\lambda N_A} xM = \frac{55 \cdot 10^6 X 130.91}{10^{-6} x 6.023 \cdot 10^{23}} = 1195.6509 \cdot 10^{-11} \; g$$

La masa inicial de I^{132} en la pastilla es $11.95 \cdot 10^{-9}$ g

b) La actividad tras 16 días será:

$$A = A_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow A = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{t_{t/2}} t} = (5.5 \cdot 10^{-6}) e^{-\frac{\ln(2) \cdot 16}{8.02}} = 1.3797617 \cdot 10^{-6} \; Bq$$

La actividad a los 16 días es $1.38 \cdot 10^{-6}$ Bq

OPCION B

Pregunta 1

a) En el equilibrio se cumple: mg=kx; a partir de esta expresión es posible obtener el valor de la aceleración de la gravedad en el planeta Para Marte:

$$g_M = \frac{k x_M}{m} = \frac{327 x 1.13 \cdot 10^{-2}}{1} = 3.6951 \; {}^{m}/_{s^2}$$

Para la Tierra

$$g_T = \frac{k x_T}{m} = \frac{327 x 3 \cdot 10^{-2}}{1} = 9.81 \; {}^{m}/_{s^2}$$

El peso del astronauta en la Tierra es:

$$P_T = M g_T$$

El peso del astronauta en Marte más la masa adicional m_a

$$P_M = (M + m_a) g_M$$

Por tanto:

$$g_M P_T = M g_T = (M + m_a) g_M \Rightarrow M g_T - M g_M = m_a g_M \Rightarrow m_a = \frac{M(g_T - g_M)}{g_M}$$

$$m_a = \frac{90(9.81 - 3.6951)}{3.6951} = 148.9380\ kg$$

El peso adicional es 148.94 kg

b) La aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra viene dada por:

$$g_T = G\frac{M_t}{{R_t}^2} \Rightarrow M_t = \frac{g_T {R_t}^2}{G} = \frac{9.81x(6.37 \cdot 10^6)^2}{6.67 \cdot 10^{-11}} = 59.67 \cdot 10^{23\ kg}$$

La masa de la Tierra es $5.98{\cdot}10^{24}$ kg

Problema 2

a) La ecuación de una onda transversal que se propaga hacia la derecha es:

$$y(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

En un cierto instante, la distancia entre dos máximos consecutivos es de 1m, esto quiere decir que la longitud de onda $\lambda = 1$m. Un punto de la cuerda pasa de una elongación máxima a nula en $t_o = 0.125s$ luego $T = 4t_0 = 0.5\ s$. Determinamos los demás parámetros:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.5} = 4\pi\ {}^{\mathrm{rad}}/_{\mathrm{s}}$$

$$\mathrm{k} = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \mathrm{m}^{-1}$$

$$\mathrm{y(x,t) = Acos(4\pi t - 2\pi x + \varphi_0)}$$

La velocidad en cada punto es:

$$\frac{d}{dt}\big(\mathrm{y(x,t)}\big) = -\omega \mathrm{Asen(wt - kx + \varphi_0)}$$

Y la velocidad máxima es:

$$V_{max} = \omega A = 0.24\pi\ {}^{\mathrm{m}}/\mathrm{s}$$

Entonces

$$A = \frac{0.24\pi}{4\pi} = 0.06m$$

Luego

$$\mathrm{y(x,t) = 0.06cos(4\pi t - 2\pi x + \varphi_0)}$$

Como en t=0s la velocidad es máxima:

$$v(x,t) = -0.24\pi \text{sen}(4\pi t - 2\pi x + \varphi_0) \Rightarrow v(0,0) = 0.24\pi = -0.24\pi \text{sen}(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = \frac{3\pi}{2}$$

Con que:

$$y(x,t) = 0.06\cos\left(4\pi t - 2\pi x + \frac{3\pi}{2}\right) m$$

b) La velocidad de propagación de la onda es:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{1}{0.5} = 2\, {}^{m}/_{s}$$

Para calcular la aceleración transversal debemos derivar dos veces y

$$y(x,t) = 0.06\cos\left(4\pi t - 2\pi x + \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow v = \frac{dy}{dt} = -0.24\pi \text{sen}\left(4\pi t - 2\pi x + \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{dv}{dt} = -0.24\pi x 4\pi \cos\left(4\pi t - 2\pi x + \frac{3\pi}{2}\right)$$

Por tanto, la aceleración máxima es:

$$a_{max} = 0.24\pi x 4\pi = 9.47\, {}^{m}/_{s2}$$

Pregunta 3

a) El flujo de un campo B a través de la bobina de n espiras viene dada por:

$$\phi = N \cdot B \cdot S \cdot \cos(\theta) = 2NS\cos\left(3\pi t - \frac{\pi}{4}\right)\cos(\theta) = 2N(\pi r^2)\cos\left(3\pi t - \frac{\pi}{4}\right)\cos(\theta)$$

Luego:

$$\phi = 2 \cdot 10 \cdot \pi \cdot 0.05^2 \cdot \cos(3\pi t - \frac{\pi}{4}) \cdot \cos 30 = 0.136 \cos 3\pi t - \frac{\pi}{4} Wb$$

b) Según la ley de Faraday

$$\xi_t = -\frac{d\phi_t}{dt} \Rightarrow \xi_t = 0.1360x3\pi x\text{sen}\left(3\pi t - \frac{\pi}{4}\right) = 1.282\text{sen}\left(3\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \text{V}$$

Según la ley de Ohm

$$I = \frac{\xi_t}{R} = \frac{1.282\text{sen}\left(3\pi t - \frac{\pi}{4}\right)}{100} = 0.0182\text{sen}\left(3\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \text{A}$$

Para t = 2s

$$\xi(2) = 1.282\text{sen}(3\pi \cdot 2 - \frac{\pi}{4}) = -0.906\text{V}$$

$$\mathrm{I}(2) = 0.0182\mathrm{sen}(3\pi \cdot 2 - \frac{\pi}{4}) = -0.0091\ \mathrm{A}$$

La intensidad de corriente es 9.06mA y la fuerza electromotriz es 0.906V

Pregunta 4

a) Según la ley de Snell:

$$n_A \cdot sen(i) = n_{rA} \cdot sen(r)$$

Para i=49.88º, la reflexión es r=90º, por lo que:

$$n_A \cdot sen(49.88) = n_B \cdot sen(90) = n_B$$

Además sabemos que $n_i + n_r = 3$ con que tenemos el sistema:

$$\begin{cases} n_A \cdot sen(49.88) = n_B \\ n_A + n_B = 3 \end{cases} \Rightarrow n_A = \frac{3}{1 + sen(49.88)} = 1.70$$

$$n_B = 3 - 1.70 = 1.3$$

Luego los índices de refracción de A y B son, respectivamente, 1.7 y 1.3

b) El índice de refracción se define como:

$$n_i = \frac{c}{v_i}$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío y v_i es la velocidad de la luz en el medio.
Como en nuestro caso

$$n_i > n_r \Rightarrow \frac{c}{v_i} > \frac{c}{v_r} \Rightarrow v_B > v_A$$

Luego la velocidad del medio B es mayor que la velocidad del medio A

Pregunta 5

a) Como los electrones que salen con energía cinética máxima pueden ser parados con un potencial 2V, eso quiere decir que $T_{max} = 2\ eV$. sabemos que se cumple:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = W_{ext} + E_{cmax} \rightarrow W_{ext} = \frac{hc}{\lambda} - E_{cmax} = 4 \cdot 10^{-19}\ J$$

b) Según la relación de De Broglie:

$$T_{max} = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2T_{max}}{m}}$$

Por lo que:

$$\lambda = \frac{h}{m\sqrt{\frac{2T_{max}}{m}}} = \frac{6.63 \cdot 10^{-34}}{9.11 \cdot 10^{-31}\sqrt{\frac{2x1.6 \cdot 10^{-19}}{9.11 \cdot 10^{-31}}}} = 0.87 \cdot 10^{-9}m$$

La longitud de onda es 0.87nm